

大学資産運用におけるオルタナティブ資産のリスク評価 ～非平滑化手法とその実務的意義～

年金コンサルティング部 鈴木 麻悌
立石 奈津美
吉村 礼

1. はじめに

近年、海外エンダウメントの資産運用の規模は拡大し、投資対象資産の多様化も進んでいる。とりわけ、従来の伝統的資産に加え、プライベートエクイティ、不動産、ヘッジファンド等のオルタナティブ資産への投資比率が大幅に増加している。この背景には、ポートフォリオ全体の分散効果やリターン向上を狙う運用戦略の多様化があるが、一方でオルタナティブ資産特有の課題も顕在化している。

オルタナティブ資産については、評価遅延（価格算定の遅れ）や裁量評価（マーク・トゥ・モデル）によって観測されるリターンの変動性や他資産との相関が低く推計される、「リターン平滑化」の問題が指摘されている。これにより、資産のリスクが過小評価され、ポートフォリオにおけるリスク管理や資産配分に歪みが生じる可能性がある。この点については、先般、当社が文科省と共同で実施した、海外エンダウメントやオルタナティブ投資に強みを持つ運用機関等へのインタビューでも各機関が課題認識を持ち対応策を講じていることを確認した。この課題への対応方法の一つとして、評価遅延や裁量評価に起因する平滑化や観測ノイズの影響をモデル化して補正し、潜在的な真のリターンの変動性を再推定する「非平

滑化」アプローチの活用が有効と考えられる。

本レポートでは、オルタナティブ資産のリスク評価において問題となるリターン平滑化のメカニズムに着目し、その実態を明らかにするとともに、自己回帰モデルや移動平均モデル、カルマンフィルタ等を用いた「非平滑化」手法の理論的枠組み・実務的応用等について解説する。さらに、これらの手法が資産運用におけるリスク管理や資産配分戦略にどのような影響を及ぼしうるかを考察する。

国内大学においても、資産運用高度化の流れが生まれつつあるので、今後オルタナティブ資産が重要な投資対象となると想定されることから、適切なリスク評価手法の確立は重要性を増すものと考えられる。本レポートは、大学の資産運用における質的向上に資する一助となることを目指すものである。

2. オルタナティブ資産の特徴と大学における位置づけ

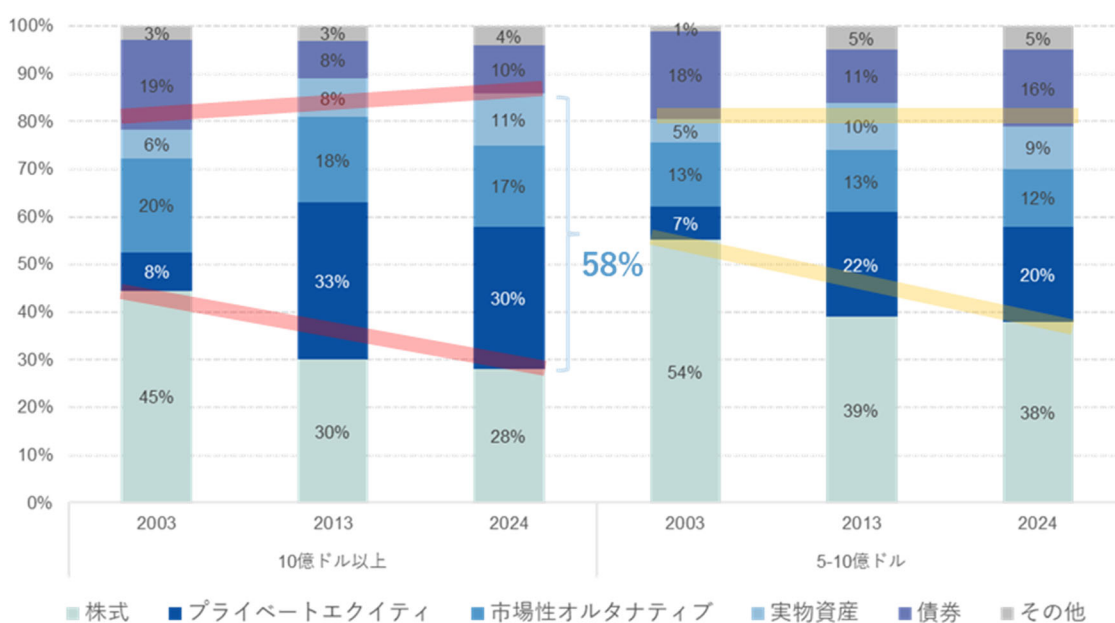
2. 1 大学の状況と資産別の概要

海外エンダウメントにおける資産運用では、2000年にデービッド・スウェンセンが発表した「Pioneering Portfolio Management」を契機に、投資対象を伝統資産からオルタ

ナティブ資産へ大規模にシフトさせ、オルタナティブ資産の配分を増加させることが長期的なリターン獲得に有効であることが認知された。NACUBO (National Association of College and University Business Officers) のエンダウメント調査によると、オルタナティブ資産の配分比率は、大型エンダウメントで 50% を上回っている (図表 1)。

このようなオルタナティブ資産の特徴と流動性をまとめると、多くの資産は相対的に換金性が低く、非上場資産では評価のタイミングの遅れに加えて、鑑定・モデル前提に依存する専門的判断が反映されやすい。一方、ヘッジファンド等市場性の高い資産は原則として時価評価であるものの、戦略によってはモデル価格の採用や取引頻度の

図表 1 海外エンダウメントの規模別資産配分



(出所) NACUBO 「TIAA Study of Endowments」より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

図表 2 主要なオルタナティブ資産の特徴と流動性

オルタナティブ資産	特徴	流動性
プライベートエクイティ	未上場企業への投資 時価評価は四半期毎に公正価値評価 (DCF法等)	非常に低い
プライベートデット	未上場企業への貸付、安定的キャッシュフロー 時価評価は四半期毎に公正価値評価 (DCF法等)	低～中程度
不動産	安定的キャッシュフローが見込まれる実物資産 時価評価は鑑定評価が一般的	低い
ヘッジファンド	ロングショート、アービトラージ、マクロ、それら複数を行うマルチ等 評価頻度は相対的に高い	中程度

(出所) みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

低さに起因する平滑化が残存し得るという特徴がある。そのため、報告リターンは一般的に平滑化された系列になりやすい（図表2）。特に、PE や不動産では、四半期ごとの評価が用いられるため、即時の時価が反映されにくく、観測リターンのリスクが過小評価される傾向がある。

2. 2 リスク評価の構造的課題

オルタナティブ資産に特有の最大の問題は、「見えにくいリスク」であり、これは主に次の3つの要因に起因するものと考えられる。

(1) 時価評価の難しさ

オルタナティブ資産のほとんどは未上場市場に存在するため、市場価格が存在しない。よって、即時かつ客観的な価格変動が反映されにくい構造となっている。

(2) 評価遅延と裁量の影響

例えば、不動産では、四半期や年に1度鑑定評価によって物件価値が算出されるが、評価基準や対象期間には裁量の余地がある。また、PE では、ファンドマネージャー自身がポートフォリオ企業の価値評価をすることも多く、保守的評価バイアスが働き得る。これは実務的には合理性もあるが、価格変動の反応の遅れや恣意性が入り得る原因にもなり得る。

図表3 観測リターンの歪み

指標	歪みの方向性	意味
標準偏差	過少に計測	真のリスクの過小評価
自己相関係数	(異常に) 高い	評価遅延の可能性を示唆
相関係数	過少に計測	分散効果を過大評価

(出所) みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

(3) 滑らかなリターン、統計的歪み

上述の結果として、観測されるオルタナティブ資産のリターンには、歪みが生じ得る（図表3）。

このような統計的特性は、見かけ上は安定して高いリターンを獲得できるように映るため、ポートフォリオ構築時にオルタナティブ資産の過大評価を招き得る。結果として、資産配分が偏り、実際の価格下落局面では真のリスクが顕在化して損失が膨らむような事例も多い。

このような構造的な問題を是正し、より実態のリスク評価を実現するための手法が「非平滑化」である。

3. 非平滑化の理論的背景と推計方法

3. 1 非平滑化導入の目的と理論的基盤

非平滑化に基づく、実態に即したリスク評価の枠組みを提示する。平滑化は、評価遅延や裁量評価、低頻度取引により真の価格変動が徐々に観測値へ織り込まれることで生じ、観測リターンに特有の統計的歪み（リスクの過小評価、自己相関の上昇、他資産との同時点相関の見かけ上の低下）をもたらす（2.2 参照）。これらの歪みを補正し、資産配分・リスク管理・ペイアウト設計に資する実務水準の評価手法を整理する。

非平滑化は大別して二つに整理できる。

(i) 時系列モデル（AR・MAモデル）に基づき、観測リターンを真のリターンに対する時間的な重みづけ演算の結果とみなし、推定した重み構造の逆変換（逆演算）により平滑化成分を補正する方法。

(ii) 状態空間モデルに基づき、カルマンフィルタ（前向き逐次推定）で潜在的な真のリターンを動的に推定する方法。これは逆

変換ではなく、観測モデルを介したベイズ的な逐次更新である。

これらの推定が安定に機能するには、定常性・可逆性（AR 係数の絶対値が 1 未満、MA 特性方程式の全ての解の絶対値が 1 より大きい等）や重み構造の制約（非負、総和 = 1 等）の確認、観測ノイズ増幅への配慮が必要となる。平滑化の程度やノイズが時間変化する場合には、状態空間モデルを用いた動的推定が有効であると考えられる。

以上の前提に基づき、次節で時系列モデルによる重み構造の逆変換アプローチ、続く 3.3 節でカルマンフィルタによる状態空間アプローチを示す。

3.2 主要な非平滑化手法（時系列モデル）

非平滑化の理論的背景と推計方法について概説する。ここでは、非平滑化の概念的理解を主目的とするため、シンプルなモデルで考え方を整理する。そのため、実務上では適宜必要に応じ調整することが有効である。

非平滑化の基本的な考え方は、「観測（平滑化された）リターンは、現在および過去の真のリターンの加重平均（重みづけ演算）の結果である」と仮定し、推定した重み構造の逆変換により本来の真のリターンを復元しようとするものである（詳細は Appendix 参照）。

(1) AR モデルによる非平滑化 (Geltner 型)

Geltner (1991, 1993) に基づく自己回帰モデル (AR モデル) は、不動産指数等における評価遅延や裁量評価により、観測リターンが「当期の真のリターン」と「前期までの観測リターン」の加重平均として決まると仮定し、この加重平均構造を AR(1)過程

として定式化する(1)。

$$R_t = \varphi R_{t-1} + (1 - \varphi)\varepsilon_t \quad (1)$$

R_t : 観測リターン

ε_t : 真のリターン

φ : 係数

この枠組みでは、観測系列に強い 1 次の自己相関が生じ、推定された自己回帰係数 φ は平滑化の強さ（過去観測値への重み）として解釈できる。非平滑化は、推定した φ を用いて逆変換を行い、真のリターンを復元する操作に相当する(2)。

$$\varepsilon_t = \frac{1}{(1-\varphi)} \{R_t - \varphi R_{t-1}\} \quad (2)$$

パラメータ推定については、最尤法や最小二乗法の活用が一般的ではあるが、簡便法としては、 φ を自己相関係数とみなすと、容易に推計が可能となる。実務上は、安定性条件として $|\varphi| < 1$ の確認に加え、観測系列が強く平滑化されていると、 φ が 1 に近く推計されやすく、 $(1 - \varphi)$ で割る逆変換が数値的に不安定となり推定誤差を増幅しうる。このような場合には、縮小推定や制約付き推定等で頑健性を確保することも有効である。

非平滑化により、観測リターンに内在していた自己相関を除去し、真のリターンやリスク、資産間の相関等を実態に近い水準で再評価できる。

(2)MA モデルによる非平滑化 (Getmansky, Lo & Makarov 型)

Getmansky, Lo & Makarov (2004)に基づく移動平均モデル (MA モデル) は、ヘッジファンド等に見られる自己相関を流動性の欠如による価格の遅行反映とみなし、観測リターンを真のリターンの移動平均過程として定式化する (3)。

$$R_t = \theta_0 \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (3)$$

R_t : 観測リターン

ε_t : 真のリターン

θ : 係数

非平滑化による真のリターンは、(3)を逆変換することにより、次の近似式で推計することができる(4)。

$$\varepsilon_t \approx \frac{1}{\theta} \{R_t - (1 - \theta)R_{t-1}\} \quad (4)$$

ここでは、実務上、真のリターンは基本的には未知であることから、 $\varepsilon_{t-1} = R_{t-1}$ として代用することを仮定しており、多くの先行研究や実務で活用されている。

AR モデルと MA モデルを前提とした非平滑化の考え方を示してきたが、AR モデルと MA モデルは表裏一体で、どちらも「観測リターン=真のリターンの重みづけ演算結果」とみなす点は共通している(ここでの重みづけ演算とは、時系列データに対する線形の加重平均・変換)。実際、AR(1)モデルは無限次の MA 表現と等価であることは理論的に示されており、いずれも「観測リターンは真のリターンの平滑化(重み付き平均)である」という基本仮定に立っている。

このような 1 次の非平滑化は、観測系列に内在する平滑化の重みづけ構造(遅延・平均化)を推定し、その逆変換を適用して補正する操作に相当する。まず、観測リターン系列の自己相関構造を推定し、それをもとに真のリターンを観測リターンから平滑化成分を差し引いた残差として計算する。Geltner モデルの場合、この残差系列(AR モデルの誤差項に相当)は真のリターンに比例するとみなせるため、適切なスケールングを行うことで真のリターンを得ることができる。つまり、観測リターンモデルに推定した重み構造の逆変換を適用して“真のリターン”を抽出するイメージである(図表 4)。

3. 3 状態空間モデルによる動的推定 (カルマンフィルタ)

ここでは前向きに逐次推定(カルマンフィルタ)の枠組みを述べ、固定区間事後推定は実装上の補足にまとめる。

AR モデルや MA モデルを用いた非平滑化手法は、観測リターンが過去の真のリターンの加重平均等で表現できるというシンプルな枠組みであり、平滑化の影響を補正する際に広く活用される。一方で、これらの手法はモデル構造が固定的であり、時系列データの全期間にわたってパラメータが一定であるとする前提をおくことや、統計的ノイズや構造変化への対応力が限定的という課題がある。

これに対し、カルマンフィルタを用いた状態空間モデルでは、より高度かつ柔軟なリスク推定が可能となる。状態空間モデルでは、真のリターンを観測できない“状態”として設定し、観測リターンとの関係を動的システムとしてモデル化する。カルマン

フィルタはこの状態空間モデルの枠組みに基づき、観測データから逐次的かつ動的に真のリターンを最適に推定することができるアルゴリズムである。

カルマンフィルタは、時間とともに動的に変化するパラメータを自然に扱える点が特徴である。真のリターンや平滑化の強さを状態としてモデル化し、状況に応じて値が変わるように設定できる。カルマンフィルタは、新しいデータが入るたびに、データのぶれや市場環境の変化に合わせて重みづけを自動調整し、推定結果を更新する。そのため、固定的な係数を前提とする手法に比べ、構造変化や評価遅延に強く、より現実に近い推定が得られるといわれている。

カルマンフィルタを活用することで、ノイズ成分や平滑化の程度が時間とともに変化する場合や、パラメータの逐次的な更新が必要な場合にも対応が可能となり、ARモデルやMAモデルよりも精緻かつ適応的な非平滑化・リスク推定が可能になるものと考えられる。

例えば、平滑化モデルを次のような状態方程式と観測方程式で表現すると、観測リターンは真のリターンの移動平均で表現されるMAモデルを表現しており、それを状態空間モデルとして再定式化した形となる(5)(6)。

状態方程式(真のリターンの生成過程 i.i.d.)

$$r^*_t = w_t \quad (5)$$

観測方程式(観測リターンの生成過程)

$$R_t = \alpha_0 r^*_t + \alpha_1 r^*_{t-1} + v_t \quad (6)$$

R_t : 観測リターン

r^*_t : 真のリターン

α : 係数

w_t : 攪乱項

v_t : 攪乱項

カルマンフィルタによる推定のプロセスは次のように行う(詳細はAppendix参照)。

まず、1期前までの情報(直前期の真のリターンの推定値と、その推定の不確かさ=分散)をもとに、今期の真のリターンを予測(事前推定)する。

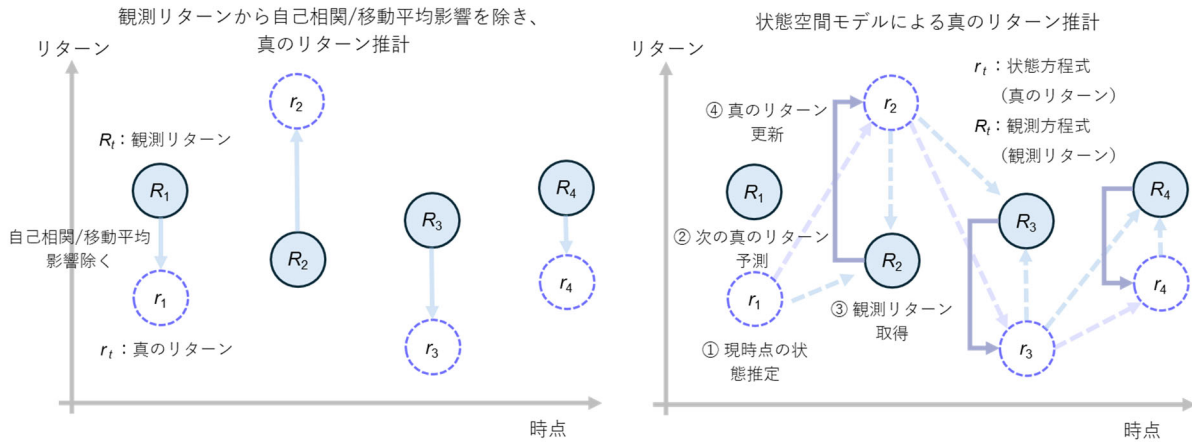
次に、当期の観測リターン R_t が得られた時点で、その値と予測値とのズレを計算し、カルマンゲインと呼ばれる係数を用いて予測値を調整し、より正確な真のリターンの推定値(事後推定)を得る。

この新たに得られた推定値とその分散を、次期の推定の初期値として用い、同じ手順を繰り返すことで、各期逐次的かつ動的に真のリターンを推定する(図表4)。

[実装上の補足]

なお、分析結果として提示するカルマンフィルタによる非平滑化リターンは、前向きの逐次推定(フィルタリング)ではなく、全期間の観測データを用いた固定区間事後推定(カルマンスムージング)に基づく。各期の推定は将来の観測も取り入れて事後的に最適化されるため、逐次推定に比べ端点付近の推定誤差が小さく、事後評価・リスク特性の把握に適していると考えられる。一方、リアルタイム運用では将来データを利用できないため逐次推定を用いる必要があり、端点や急変時の推定は本手法と異なり得る。

図表4 非平滑化のイメージ



(出所) みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

4. 非平滑化によるリスク評価の実証分析

4. 1 分析対象と手法

実際のオルタナティブ資産データに対してこれまで述べた非平滑化手法を適用し、観測リターンとの比較を通じて平滑化がもたらし得るリスク評価上の影響を検証する。

なお、本分析は手法の紹介と概念的理解を目的としているため、それぞれの資産に対してシンプルなモデルを適用した。分析活用データは下記の通り。

[インデックス]

- ・ Preqin Quarterly Index
 - － プライベートエクイティ
 - － プライベートデット
 - － 不動産
- ・ Credit Suisse Hedge Fund Index
 - － ヘッジファンド
- ・ FTSE WGBI
- ・ MSCI World
- ・ LPX Major Market Index
- ・ LPX Composite Index
- ・ FTSE Nareit All Equity REITs Index
- ・ FTSE EPRA Nareit Global Real Estate
- ・ MSCI ACWI Style Index

- ・ US Government 10-year yield
- ・ Bloomberg US Agg Credit Avg OAS
- ・ Bloomberg US Corporate High Yield Average OAS
- ・ Pastor–Stambaugh liquidity factor

[データ期間]

- ・ 2000/12～2024/9
- ・ 四半期

オルタナティブ資産の為替はヘッジを前提とし、四半期ベースのリターンデータにヘッジコストを控除したヘッジ後の円ベースのリターンを使用。四半期リターンは推定前に平均を差し引き、推定後の比較に際しては元の水準に戻す。それぞれのインデックスに対して、これまで概説した3つのモデルによる非平滑化を実施。

- ・ 自己回帰 (AR) モデル
- ・ 移動平均 (MA) モデル
- ・ カルマンフィルタ

(※) モデルの次数は当てはまりをみて調整

(※) カルマンフィルタについては分析例を提示

4. 2 分析結果 (AR モデル)

ここでは、実証分析結果について、AR モデルを前提にした結果を中心に説明する。

AR(1)モデルを用いた非平滑化では、1 次の自己相関構造をモデル化して、その平滑化成分を差し引くことで真のリターンを推計している (図表 5)。それぞれの資産の 1 次の自己相関をみると、観測データでは特にプライベートエクイティと不動産の自己相関の強さが確認される。

この理由は、特に、プライベートエクイティと不動産は市場で頻繁に取引されることが少なく、資産価値の算定には定期的な見積もりや鑑定評価が用いられ、その結果、実際の市場価格の変動が直ちにリターンに反映されず、複数の期間にわたって徐々に評価に織込まれる点にある。この効果 (過去のリターンの影響) は次期以降にも持ち越されやすく、統計的に自己相関が高まると考えられる。また、流動性が低いため、市場価格が短期的に大きく変動しにくい点も要因の一つである。

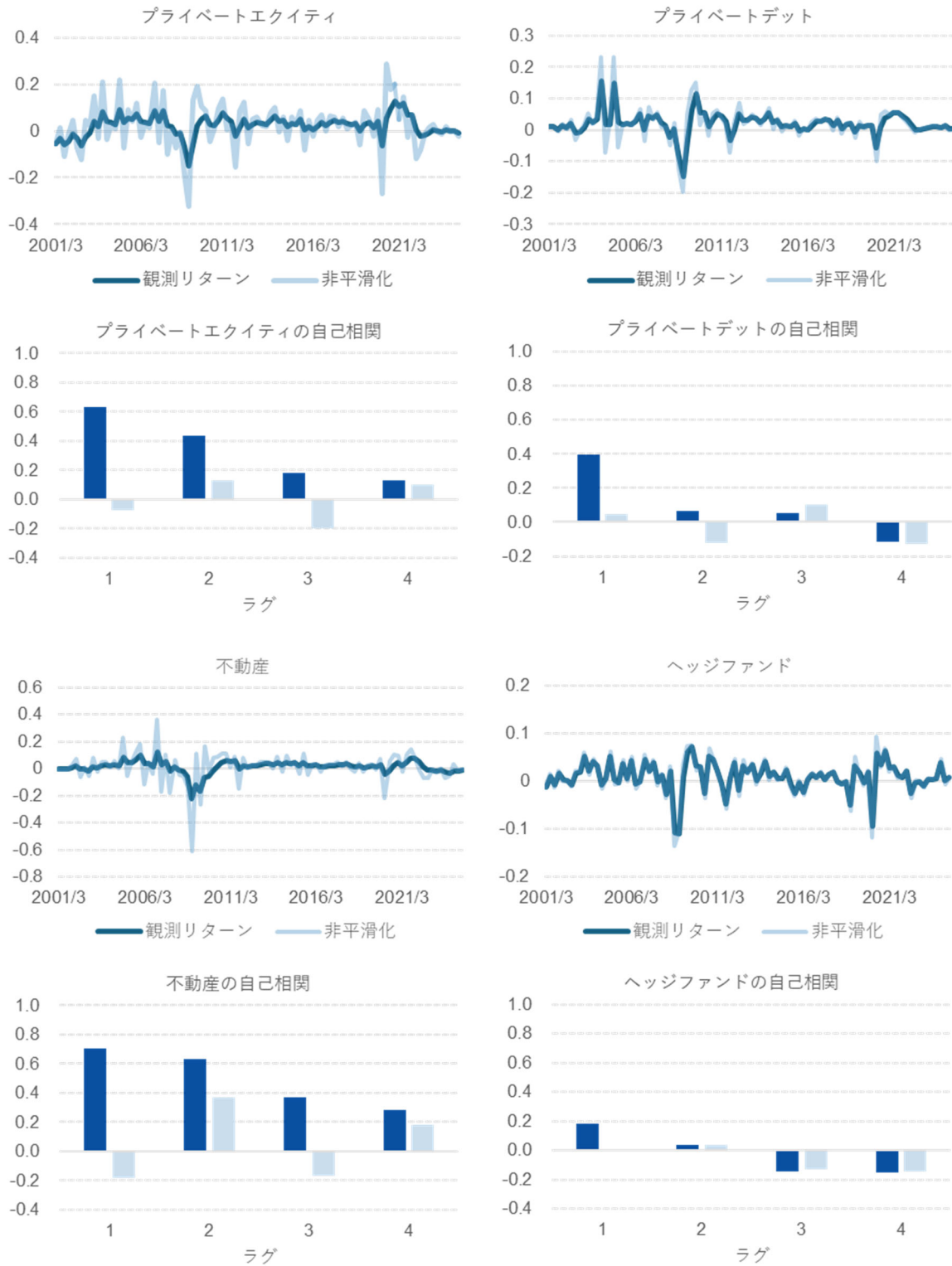
一方、プライベートデットやヘッジファンドのリターンの自己相関が相対的に低かった理由としては、主に評価方法の違いと資産の特性にあると考えられる。プライベートデットは比較的安定したキャッシュフローが中心であり、評価の遅れや平滑化の影響が小さいため、自己相関が低くなる傾向がある。また、ヘッジファンドは主に上場証券や市場で流動性の高い金融商品を取引するため、リターンは市場価格にもとづいてリアルタイムに評価され、直近の市場動向が即座に反映される。そのため、過去のリターンが翌期のリターンに与える影響は小さく、自己相関も低くなる。このように、オ

ルタナティブ資産の種類によって自己相関が異なるのは、主に評価のタイミングや方法、市場の流動性といった構造的な要因によるものと考えられる。

今回例示する非平滑化では、1 次の自己相関構造を取り除いているため、非平滑化後の 1 次の自己相関は低下していることが確認される。自己相関構造を取り除いているということは、過去リターンの「繰り延べ分」を補正することで、潜在的に存在していた本来の価格変動の大きさを顕在化させていると解釈できる。その結果、自己相関は低減し、標準偏差、すなわちリスクは増加する。事実、標準偏差をみると、非平滑化によって全ての資産で増加している (図表 6)。ただし、その変化には資産間で差異が生じている。プライベートエクイティや不動産に対してプライベートデットとヘッジファンドの標準偏差の増加幅が小さいのは、上述の通り、自己相関の影響によるものと考えられる。

次に相関をみると、非平滑化実施有無によって、他資産との相関は大きくは変わらない (図表 7)。これは、データに起きている平滑化は、主に個々の資産のリターンの「時系列的な変動 (自己相関やボラティリティ)」に影響を与える一方、他資産との「共通の動き (資産間の同時的な連動性)」は必ずしも大きく歪めていないためと考えられる。リターンが平滑化されると、標準偏差は低く推計されるが、リターンの「方向」や「傾向」自体は、他の資産と比較した時に大きく変化しない。例えば、株式市場の大きな下落局面でプライベートエクイティの評価額にも遅れて影響が現れるものの、その動きの傾向自体は株式とある程度連動して

図表5 オルタナティブインデックスリターンの非平滑化



(出所) Preqin Pro より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

いるはずである。つまり、平滑化は、実際に市場で発生した値動きがリターンとして反映される時期の遅れ(タイミングのズレ)や変動性を変えうるが、他資産と同時に動く構造的な要素までは大きく変えない。

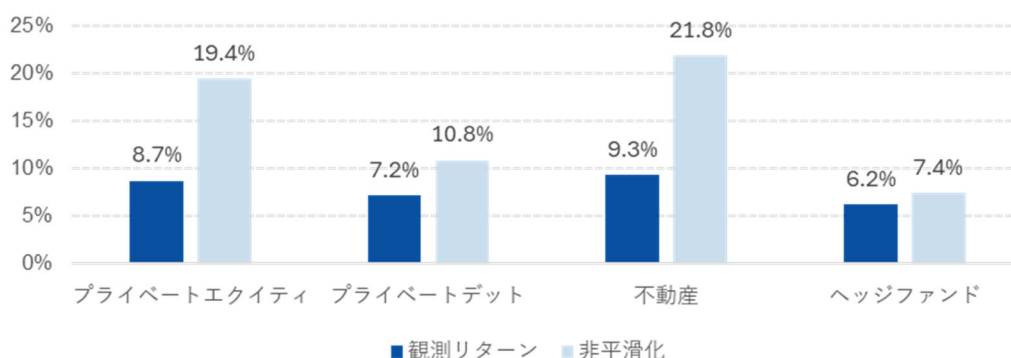
この結果、非平滑化によってリスクは大きくなり、資産間の相関が大きくなるは変わらないのであれば、ポートフォリオの分散効果(リスク低減効果)を過剰に評価してしま

うリスクがあることを示唆している。そのため、オルタナティブ資産を取扱う際には、ポートフォリオは想定以上の損失リスクを抱える可能性があり、注意が必要である。

4. 3 非平滑化手法の妥当性検証

これまでに、非平滑化の考え方と実証結果を提示した。ただし、ここまでの議論は技術的側面が中心であり、得られた結果が実

図表 6 オルタナティブ資産の観測リターンと非平滑化後のリスク



(出所) Preqin Pro より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

図表 7 オルタナティブ資産の観測リターンと非平滑化後の相関

		観測データ					
相関		債券	株式	PE	PD	RE	HF
債券		1.00	0.53	0.10	0.16	0.16	0.24
株式		0.53	1.00	0.60	0.53	0.30	0.75
PE		0.10	0.60	1.00	0.72	0.65	0.68
PD		0.16	0.53	0.72	1.00	0.46	0.75
RE		0.16	0.30	0.65	0.46	1.00	0.33
HF		0.24	0.75	0.68	0.75	0.33	1.00

		非平滑化					
非平滑化後相関		債券	株式	PE	PD	RE	HF
債券		1.00	0.53	0.20	0.17	0.22	0.25
株式		0.53	1.00	0.70	0.53	0.43	0.74
PE		0.20	0.70	1.00	0.66	0.65	0.78
PD		0.17	0.53	0.66	1.00	0.55	0.75
RE		0.22	0.43	0.65	0.55	1.00	0.51
HF		0.25	0.74	0.78	0.75	0.51	1.00

(出所) Preqin Pro より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

際の投資戦略立案に資するかについては、追加的な妥当性の検証が必要である。非平滑化によって推計されたリスク水準が現実とかけ離れているのであれば、当該手法の実用性は限定的となる。そのため、非平滑化結果を多面的に評価し、その妥当性を検証する。

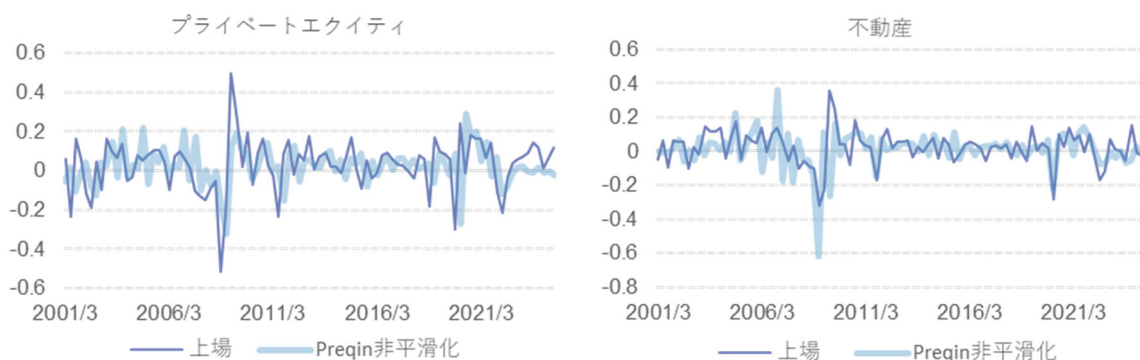
評価手順としては、PE と不動産を例に、上場インデックスとの比較、特にストレス局面の挙動、リスク水準、相関、ならびに非平滑化前後でのリスク特性の比較を行う。まず、上場インデックス（※PE においては、LPX 指数(PE 投資を行っている上場会社のインデックス) を用いている）と Preqin インデックスの非平滑化後系列を比較すると、リーマンショック等の大幅調整局面における下落のタイミングと方向性はおおむね整

合的である一方、下落幅等の水準面では一定の差異が確認される（図表 8）。

次に、リスクと相関の観点では、上場インデックスのリスク水準が PE で約 26%、不動産で約 20%であるのに対し、非平滑化後の推計値はそれぞれ約 19%、21%であった（図表 6、9）。すなわち、PE については上場インデックス対比で低め、不動産についてはおおむね同程度の水準である。

非平滑化後のリスクが上場インデックスとおおむね同水準、もしくはやや低位に収まるという点は、経済直観とも整合的と考えられる。また、相関については、PE は約 0.6 程度と中程度の連動性、不動産は約 0.3 程度と相関は低位である。ただし、相関の水準は、非平滑化手法、パラメータ設定、サンプル期間・頻度、指数選択、為替ヘッジの前

図表 8 上場インデックスと Preqin インデックス非平滑化との比較



(出所) FTSE、LPX、Preqin Pro より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

図表 9 上場インデックスのリスクと Preqin インデックスとの相関

	PE		REIT	
	総合	主要市場	米国	グローバル
リスク	0.26	0.26	0.21	0.19
相関 観測	0.65	0.61	0.25	0.26
非平滑化	0.67	0.67	0.33	0.33

(出所) FTSE、LPX、Preqin Pro より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

提に左右されることには留意が必要である。

さらに、Pedersen, Page, and He (2014)を参考にファクター分析を実施し、各資産のリスクエクスポージャーを推計した。ファクターはインデックスベースで構築し、ベータ、バリュー、サイズ、流動性、デュレーション、クレジットスプレッド、ハイイールドクレジットスプレッドを候補とした(4.1 参照)。資産特性に応じて適切なファクターを選択し、リターンをそれらの線形結合で表現、最小二乗法によりパラメータ(エクスポージャー)を推計し、 t 値により有意性を評価した(図表 10)。

その結果、PE では上場インデックスにおいてベータ、サイズ(小型)、流動性が有意となり、この傾向は観測リターン、非平滑化リターンのいずれにおいてもおおむね一致した。さらに、非平滑化後のベータは上昇し、 t 値も有意であった一方、ハイイールドファクターの有意性は低下しており、評価

遅延や平滑化による感応度の減衰が是正されたという解釈と整合的である。不動産についても、上場インデックスでは低ベータかつ有意であり、この傾向は観測リターン、非平滑化リターンの双方で一貫して確認された。加えて、非平滑化後にベータが上昇する点は PE と同様である。

リスクエクスポージャー評価では、非平滑化の有無にかかわらず上場インデックスと類似の傾向が得られ、共通してベータが上昇するという特徴が見られた。これは、非平滑化によって市場感応度の過小評価が補正される一方、その他のリスク特性については大きくは歪めないことを示唆する。

ストレス局面での挙動、リスク水準、エクスポージャーの整合性という定性・定量の両面から、非平滑化結果の有効性は一定程度裏づけられたものと考えられる。

また、この結果を踏まえると、オルタナティブ資産は上場資産で代替すればよいよう

図表 10 Preqin インデックスのリスクファクター分析

			ベータ	バリュー	サイズ	流動性	ハイイールド	デュレーション	クレジット スプレッド
PE	上場	総合	係数	1.06	0.15	0.82	0.23	0.00	
			t値	12.06	0.95	3.12	3.24	0.50	
		主要市場	係数	1.11	-0.01	0.90	0.14	0.00	
			t値	12.59	-0.08	3.42	1.95	0.47	
	非上場	観測	係数	0.31	0.08	0.21	0.08	-0.01	
			t値	7.28	1.09	1.68	2.36	-3.63	
		非平滑化	係数	0.80	-0.15	0.41	-0.04	0.00	
			t値	9.56	-1.01	1.67	-0.58	-0.22	
不動産	上場	米国	係数	0.82			0.20	0.01	0.02
			t値	9.73			2.67	1.04	1.79
		グローバル	係数	0.71			0.15	0.00	0.01
			t値	8.82			2.15	0.29	0.97
	非上場	観測	係数	0.15			0.10	0.00	-0.04
			t値	3.73			2.88	-1.01	-8.19
		非平滑化	係数	0.53			0.13	0.00	-0.02
			t値	4.50			1.31	-0.29	-1.61

(出所) FTSE、LPX、Preqin Pro、MSCI より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

に思われるかもしれないが、そうではない。PEについては、比較対象のLPX指数は「PEに投資する上場会社」の株価の指数でありPEファンドそのものではなく、上場特有の要因を含むため完全な代替にはならない。不動産でも、上場REITと私募不動産（非平滑化後）の連動性は限定的で、分散効果は残存する。オルタナティブ資産には、流動性プレミアムや非公開領域へのアクセス、ガバナンス介入等、上場資産では取り切れない固有の様々なリターン源泉があるものと考えられる。

5. 非平滑化モデル選択の影響

これまではARモデルを前提とした非平滑化の結果を中心に議論を行ってきたが、前述の通り様々な手法があるため、ここではモデルの違いによる推定結果の差異について考察する（図表11）。

非平滑化結果を見ると、モデルによってリスク水準にはやや差異が生じている。一方で、相関についてはそこまで大きな差異が生じていない。つまり、非平滑化のモデルによる影響は、リスクの水準については、やや影響を及ぼすが、その方向性については影響が小さい結果であった。平滑化されたリターンデータは、もともと市場ベースのリターンに時間的な移動平均的な重みづけ（時間的平滑化）や遅延効果が加わることで滑らかになり、リスクの過小評価を引き起こす原因となっていた。そのため、このようなリターン系列の自己相関は高い傾向にある。非平滑化モデルは、このような平滑化されたリターン系列から真のリターンを復元することを目的とするが、ARモデル、MA

モデル、カルマンフィルタ等のリターン復元手法の違いによって推定されるリスク水準については差異が生じた。これは、活用するモデルによって、平滑化メカニズムやノイズの扱いに関して異なる仮定やアプローチを採用しているためである。

ARモデルは、リターンが過去実績値とより広範に関連しているという仮定を置き、複数期間にわたる自己相関構造を補正することができる。これにより、MAモデルよりも大きなリスクが推定される場合や、自己相関が強い場合には、ARモデルの方がより適切な真のリターンの復元が可能になるものと考えられる。

一方、MAモデルは、リターンの平滑化が直近と過去のリターンの加重平均によって生じているという、単純な構造を仮定する。MA(1)モデルを活用する場合、主に一期前までのノイズによる平滑化効果のみを補正するため、残存する高次の自己相関や複雑なノイズまでは十分に考慮しない。その結果、推定されるリスクは限定的な範囲での復元となる可能性がある。

カルマンフィルタは、観測値がノイズを含む真のリターンの間接的観測であると捉え、状態空間モデルを用いてノイズ成分や構造変化を動的に推定する手法である。観測誤差や各種不確実性を明示的に分離・調整できるため、前提や仕様によっては推定されるリスク水準が他のモデルと乖離する可能性がある。他方で、今回の推定は固定区間事後推定（3.3の実装上の補足参照）に基づき、MA構造は低次数かつ重みを非負・総和=1に制約した比較的シンプルな仕様である。このため、AR・MAモデルによる逆

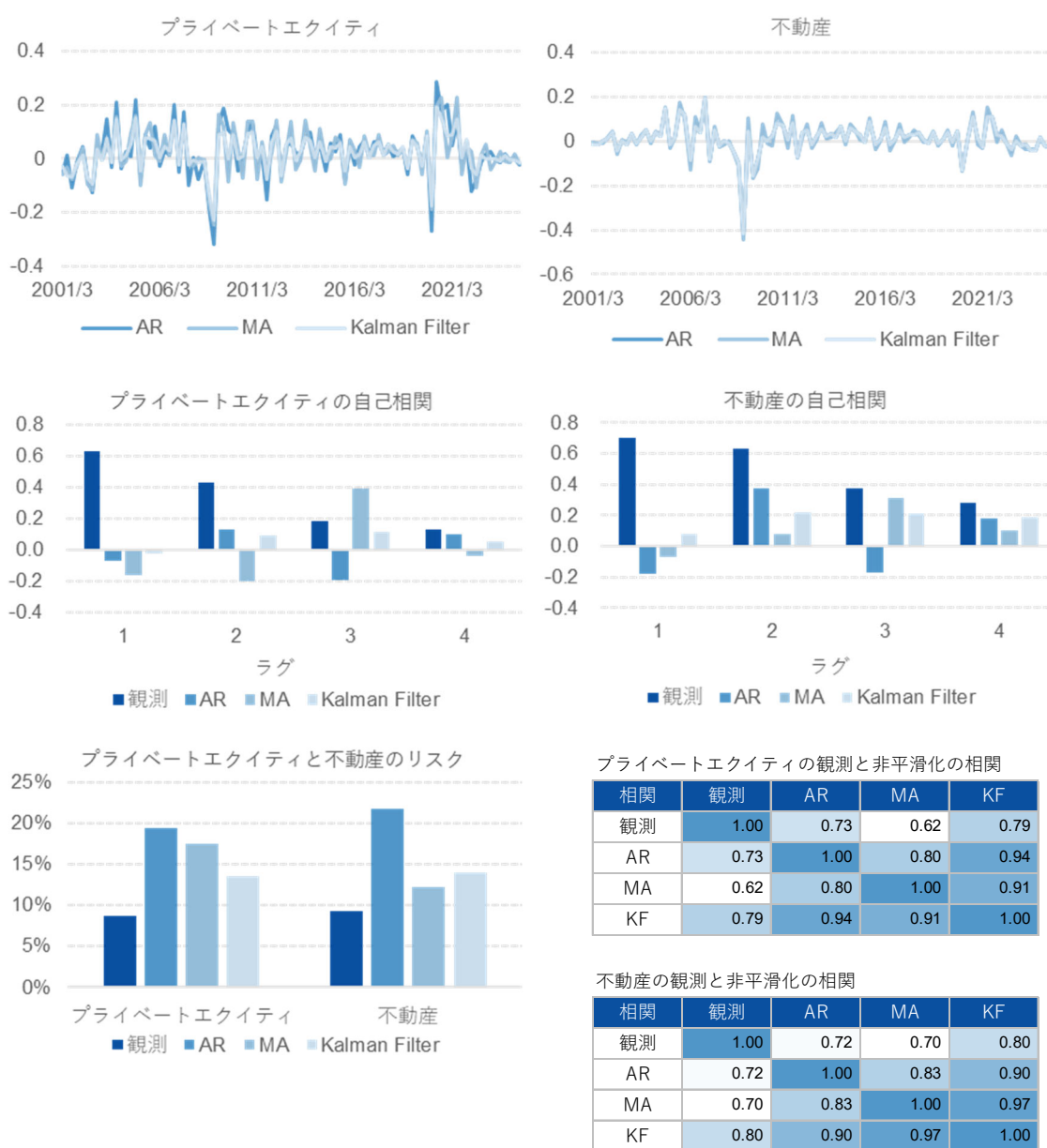
変換と整合しやすく、今回の分析では他モデルとの差は限定的であった。なお、ノイズ比や平滑化の程度が時変である場合、あるいは状態方程式をより柔軟に設定する場合には、乖離が拡大する可能性がある。

このように、平滑化の構造やノイズの扱いについて各モデルが持つ前提条件・補正の違いから、同じデータに対しても推定さ

れるリスク水準に違いが生じ得る。

したがって、非平滑化モデルを選定する際には、分析の目的やデータの特徴を踏まえたうえで、各モデルが前提とする構造や仮定を十分に考慮することが重要である。定量的な側面（例えば予測精度、残差の分布、情報量基準等）に加え、モデルの解釈容易性や理論的妥当性、対象データへの適

図表 11 モデル別の非平滑化結果



(出所) Preqin Pro より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

図表 12 非平滑化を実施するモデルの整理

モデル	ARモデル	MAモデル	状態空間モデル (カルマンフィルタ)
概要	観測リターンの自己回帰構造を利用し、過去値との関係から平滑化効果を補正して真のリターンを推定	観測リターンが過去の真のリターンの平均として表現されると仮定し、平滑化の影響を数式で除去して真のリターンを推定	ノイズや観測誤差を考慮しつつ、観測データから真のリターンを動的に抽出
適用事例	不動産、その他	ヘッジファンド、PE、その他	ヘッジファンド、PE、PD、その他
モデル選択の 考え方	評価額が市場価格変動をすぐに反映せず、複数の期にまたがって徐々にリターンへ反映されるような解釈の場合	評価額が直近と前期の市場価格の平均として決まるような解釈の場合	評価額が真の市場価格をノイズとともに間接的に観測していると捉え、隠れた真の価格を動的に推定したい場合
実装難易度 用途	低 自己相関構造の補正・除去	低 平滑化効果の除去	高 構造変化やノイズ除去

(出所) みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

合性といった定性的な観点からも総合的に評価を行い、分析目的や状況に最も適したモデルを選択することが望ましい（図表 12）。

6. 非平滑化が資産配分戦略に与える影響

非平滑化がポートフォリオに与える影響について検証する。図表 1 に示した 2024 年時点で 10 億ドル以上の資産を有する海外エンダウメントのポートフォリオ、図表 6、7 に示すリスク、相関を前提として、非平滑化前後におけるポートフォリオのリスクへの影響を検証する。なお、市場性オルタナティブはヘッジファンド、実物資産は不動産、その他はプライベートデットと仮定した。

非平滑化によってリスクが上昇しているため、ポートフォリオのリスクは 9.4%から 13.8%へと +4.4%上昇する結果となった（図表 13）。

併せて、算出したポートフォリオ全体のリスクへの資産クラス別のリスク寄与を算出した（図表 14）。ここではオルタナティブ

資産の非平滑化影響を検証することが目的であるため、債券と株式の為替リスクは簡易的にそれぞれを分離せずに計算。この結果、プライベートエクイティのリスクは 2.12%から 5.38%、不動産は 0.54%から 1.67%へと、それぞれ大きく上昇している。

非平滑化によりリスクが上昇しているため、直観と整合的な結果ではあるが、ポートフォリオ全体のリスク、オルタナティブ資産のリスク寄与は上昇した。

リスクに焦点を当ててきたが、非平滑化は資産配分の最適化結果をも左右する。期待リターンを不変とするなら、リスクの上方修正はオルタナティブ資産のシャープレシオを押し下げ、配分比率を相対的に引き下げる方向に働く。ゆえに、リスク計測の補正にとどめず、最適化、制約設定、流動性管理を統合的に見直すことが、過度なオルタナ偏重や想定外のリスク超過を避けるうえで不可欠である。

図表 13 非平滑化前後のポートフォリオのリスク

	債券	株式	PE	PD	RE	HF
資産配分	10.0%	28.0%	30.0%	4.0%	11.0%	17.0%
標準偏差	6.4%	20.4%	8.7%	7.2%	9.3%	6.2%
非平滑化後標準偏差	6.4%	20.4%	19.4%	10.8%	21.8%	7.4%

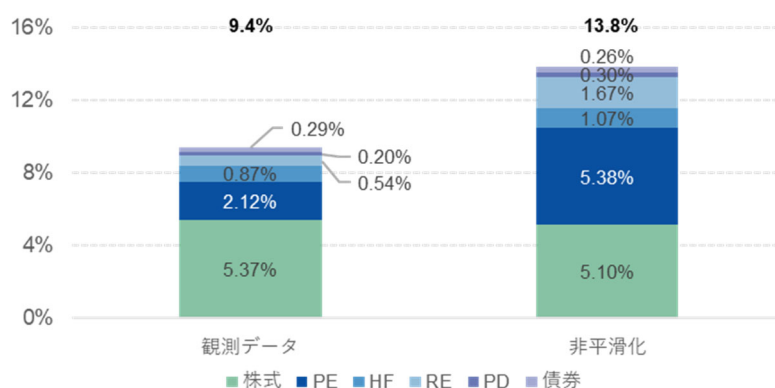
ポートフォリオ	観測	非平滑化
標準偏差	9.4%	13.8%

(※) ポートフォリオのインデックスは、WGBI、MSCI World、Preqin_PE、Preqin_PD、Preqin_RE、Credit Suisse Hedge Fund Index を使用、債券、株式は円ベース、オルタナティブは円ヘッジベース

(※) 相関は図表 7 の値を使用

(出所) Preqin Pro より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

図表 14 非平滑化前後のポートフォリオリスク寄与



(出所) Preqin Pro より、みずほリサーチ&テクノロジーズ作成

7. 非平滑化がペイアウトに与える影響

運用成果は、大学へのペイアウトに直接的な影響を及ぼす。例えば、海外大学ではエンダウメントから毎年 5%程度を予算に充当する恒常的支出が行われており、その支出額算定には平準化ルールが用いられている。このペイアウトルールの平準化により、市場変動が大学の予算に及ぼす影響を緩和している。しかし、オルタナティブ資産の非平滑化によってポートフォリオの真の変動性が大きく評価されると、ペイアウト政策の再検討が必要になる可能性がある。

多くの大学は将来にわたりエンダウメントの実質価値を維持するため、期待リターンをペイアウト率より高めに設定し、さらにインフレ控除後での増価を目指すよう計画を立てる。もっとも、この持続可能性はリターンの変動性に影響される。ハーバード大学の公表によると、期待リターン 8%、ペイアウト 5%、インフレ率 3%という前提を置いているが、「過去 20 年はこの前提以上に現実のボラティリティが高かった」とのことで、運用のリスクコントロールとペイアウトルールの平準化の重要性に言及して

いる。平滑化されたオルタナティブ資産のデータに基づき 5%のペイアウトが安全と考えられていたとしても、真のリスクがはるかに高ければ深刻な下落時にエンダウメントの取崩しが元本を侵食する恐れがある（海外エンダウメントは、基本的には元本維持を方針として定めている）。そして、元本棄損が生じた場合、その影響は大学の将来の予算や支出余力の減少という形で大学に跳ね返ることになるため、注意が必要である。

次に、リスク許容度の再評価である。大学は超長期投資家であり、一時的な評価損にも耐え得ると考えられる。しかし実際には、大学運営上一定以上の規模の損失は避けたいという実務的な制約もある。例えば、海外の一部の大学では、元本割れに陥ったエンダウメントからのペイアウトを停止する規定があり、リーマンショック時には実際に多くのエンダウメントでペイアウト停止が起きたようである。このような事態は大学のミッション遂行に支障をきたし得るため、運用段階でリスクをコントロールすることが求められる。非平滑化の活用により、エンダウメントは改めてリスク許容度を議論する必要があるものと考えられる。

オルタナティブ資産の非平滑化による真のリスク把握は大学のペイアウト政策により現実的で保守的な視点をもたらし得る。よって、非平滑化を活用したリスク評価を織り込んだ財務計画を立てることで、将来世代へのエンダウメントの価値保全と現役世代への安定的ペイアウトのバランスの再評価の検討が可能になるだろう。

8. 海外大学や運用機関の実践的な取組みと先行研究

実際の海外大学エンダウメントのリスク評価や非平滑化への取組みについて、公開資料の記述をもとに整理する。

ハーバード大学の例を見てみる。2024年の年次報告書では、「2022年度、プライベート資産の運用者は、株式市場が下落した際に、その資産価値をそれに見合って下方修正しなかった。その後 2023・2024年度に株式市場が上昇したときにも、プライベート資産の価値をそれに合わせて上方修正することはなかった」と述べている。これは、プライベート資産の評価は現在の市場をタイムリーには反映しない（評価が遅れる）という、まさにリターンの平滑化・評価遅延に関する認識に関する記述であると解釈できる。すなわち、表面的なリスクに惑わされず、実質的なプライベート資産のリスクに関する視点を持ってリスク管理を行っていることを推察できる。このように、海外エンダウメントは平滑化の問題を認識し、内在リスクを管理する工夫を凝らしていると考えられる。これは日本の大学でも同様に起こりうるため、元本維持やペイアウトの安定性に直結する論点である。

Pedersen, N., Page, S., He, F. (2014) は、オルタナティブ投資のリスク評価として、非平滑化とファクターモデルを適用し、各資産のリスクファクター・エクスポージャー（例：株式市場、クレジットスプレッド、金利、流動性等）を推定することで、オルタナティブ資産がどのリスクファクターにどれだけエクスポージャーを持つかを定量的に把握できることを示した（4.3 参照）。これにより、実際に取っているリスクの構成

や水準を明確に把握でき、ポートフォリオ全体のリスクテイク状況をより正確に評価することが可能となる。

また、Couts, S. J., Gonçalves, A. S., & Rossi, A. (2023) らは、Geltner (1991, 1993) や Getmansky, Lo, Makarov (2004) による従来の「1 ステップ非平滑化」が、ファンド間で共通するシステムティック成分の自己相関を十分に除去できず、リスク評価やアルファ推定にバイアスが生じる問題を指摘している。これに対し、著者らは、ファンド・リターンを「個別成分」と「共通成分」に分解し、それぞれ異なる重みでのラグ効果を考慮した「3 ステップ非平滑化」を提案している。具体的には、(1)集合（戦略全体）のリターン系列の非平滑化、(2)各ファンドの相対リターン部分の非平滑化、(3)両者の合成、によって真のリターンを推定する手法である。

この新手法により、従来手法で残存していた集合平均（戦略レベル）の自己相関が実質的に解消され、リスクファクターへのエクスポージャー推定やリスク調整後リターン（アルファ）の推定精度が大幅に向上することを実証した。特に低流動性資産のファンドでは、アルファ推定値が大きく低下し、従来よりも真のリスク調整後リターンを適切に反映できる。この手法は、従来法の一般化として実装も容易である。

非平滑化手法はまだ発展途上ではあるかもしれないものの、その考え方は着実に実務に浸透しつつある状況である。事実、複数の海外大学へのインタビューでもこのような対応を行っていることを確認している。日本の大学基金運用において、オルタナティブ資産を組み入れる際には、こうした先

行事例に学びつつ真のリスクを直視した戦略策定が有効であろう。

9. 考察

本実証分析から、オルタナティブ資産のリターン平滑化はリスク評価を大きく歪め、資産配分やリスク管理に重大な影響を与える可能性を改めて確認した。特に、米国エンダウメントにおけるオルタナティブ資産配分の拡大に象徴されるように、近年の大学資産運用ではオルタナティブ資産の重要性が高まっており、そのリスクを適切に把握することは運用戦略全体の健全性を左右する極めて重要な要素である。

AR モデル、MA モデル、カルマンフィルタといった非平滑化手法を適用することで、観測リターンのリスクは実態に近い水準まで上昇し、自己相関も大幅に低減された。リスク水準はモデル間でやや差異がみられる一方、他資産との相関については「方向性」がおおむね一致し、平滑化が主としてリスク水準の過少評価に作用し、相関構造自体は大きく歪めないという先行研究とも整合的であった（Getmansky, Lo, Makarov (2004)、Geltner (1993)）。このことは、資産配分の最適化への直接的示唆となるものと考えられる。すなわち、非平滑化を行わない場合、オルタナティブ資産の分散投資効果を過大に評価し、現実以上にリスクを低く見積もったポートフォリオを構築してしまうリスクが潜在しているということである。

非平滑化の妥当性検証では、非平滑化後の系列がストレス局面における下落のタイミング・方向で上場インデックスとおおむね整合し、推計リスク水準も PE で上場対比やや低位、不動産でおおむね同程度に収

斂したことを確認した。相関は PE で中程度、不動産で低位と分散効果は維持され、ファクター分析でもエクスポージャーのパターンはおおむね一致し、非平滑化後は市場ベータが上昇して評価遅延に伴う感応度の減衰が補正された。これらは、非平滑化が市場感応度の過小評価を是正しつつ、他のリスク特性を大きく歪めないという点で、手法としての妥当性・有効性を裏付けるものと評価できると考える。なお、推定値の水準は手法・パラメータ・サンプル設定に依存しうるため、その点には留意が必要である。

さらに、非平滑化手法のモデル選択による推定結果の差異については、各モデルの前提や影響の受けやすい構造的特徴 (AR モデルは複数期間の自己相関を補正、MA モデルはノイズによる平滑化効果の補正、カルマンフィルタはノイズやパラメータの時変に対応) に起因するものであり、分析目的やデータの特性に応じた使い分けが重要となる (Marcato & Key, 2007)。特に、非正規性が強いデータ等では、柔軟なモデル選択がリスクの過小評価・過大評価回避に繋がり得るだろう。

実務面では、非平滑化を通じて浮き彫りになった真のリスク特性を資産配分戦略およびペイアウト政策に適切に反映することが今後さらに重要となるものと考え。実際に、ハーバード大学の年次報告書(2024)でも、プライベート資産の評価遅延と市場との乖離が課題として言及されており、定量・定性的リスク管理の両輪の重要性が強調されている。日本の大学運用でも、分散投資の安易な過信を避け、オルタナティブ資産のリスクを正確に織り込んだ戦略立案、ペイアウト策定が必要になるものと考え。

総じて、非平滑化手法は大学のリスクマネジメントを高度化する上で極めて有効なツールとなりつつあり、引き続き先行事例や最新の理論・実証研究の知見を活用した実務的な運用高度化が期待される。

10. 謝辞

本レポートの作成にあたり、海外調査を実施する中で、以下に記載する運用会社の皆様より格別のご協力とご支援を賜りましたこと、心より感謝申し上げます。

Canyon Partners, LLC
Capital Group
Allianz Global Investors
Neuberger Berman
Partners Group
Mondrian Investment Partners
りそな銀行
みずほ信託銀行

各社ご担当者様には、ご多忙の折にもかかわらず、現地での貴重なお時間を割いてくださり、詳細なご意見やご助言、ご経験に基づく示唆に富んだご教示を賜りました。また、本調査を含む弊社の海外エンダウメント調査に関する様々のご調整を快くお引き受けいただきましたことに、深く御礼申し上げます。

皆様のご厚意とご協力がなければ、本レポートをこのようなかたちでまとめあげることは到底叶いませんでした。この場をお借りして、改めて厚く御礼申し上げます。

Appendix

1. 非平滑化の具体的手法

1. 1 自己回帰モデル

(AR : Auto Regression Model)

AR モデルは、現在の観測値を過去の観測値の線形結合と定数項、ホワイトノイズの和で表現するものであり、時系列データの自己相関構造を捉えるために用いられる。

一般に、次数を p として、AR(p)モデルと呼ぶ。AR(p)モデルは、次のような数式で表現される。

$$R_t = c + \varphi_1 R_{t-1} + \varphi_2 R_{t-2} + \dots + \varphi_p R_{t-p} + \varepsilon_t \quad (\text{A.1})$$

R_t : t 時点における観測値

$\varphi_{0\sim p}$: 自己回帰係数

c : 定数項

ε_t : 平均 0、分散 σ_{ar}^2 のホワイトノイズ

AR モデルの次数 p は、現在の値が何期前までの過去の値に依存するかを表すもので、適切な次数を推定する。

理解を容易にするため、ここでは、AR(1)モデルについて整理をする。

$$R_t = c + \varphi_1 R_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.2})$$

この場合、現在の観測値 R_t は、前期の観測値 R_{t-1} に自己相関係数 φ_1 をかけたものと平均 c 、ホワイトノイズ ε_t の和として表現される。

AR モデルの枠組みを非平滑化に活用する場合、観測リターンは過去リターンの影響を受けて平滑化されていると考える。このとき、AR モデルの残差であるホワイトノ

イズは、自己相関がなく、独立という仮定をおく。また一般に、流動性資産のリターンは自己相関が小さく、ホワイトノイズに近い性質を持つと理論的仮定をおくことが多い。そのため、ホワイトノイズ成分は平滑化の影響を受けていない「本来あるべきリターン変動」、すなわち真のリターンを表しているとみなすことができる。したがって、AR モデルを活用して観測リターンから自己相関影響を除くことで、平滑化バイアスのない真のリターンを推定することができる。よって、(平均値をゼロとして)定数項 c は省略し、(A.2)を真のリターン (ε_t) について解いた次式で表現できる。

$$\varepsilon_t = R_t - \varphi_1 R_{t-1} \quad (\text{A.3})$$

この手法は、真のリターンを復元するための一手法として位置付けられる。

ただし、AR モデルを観測データにそのまま適合させる際には、いくつかの留意点が存在する。観測リターン系列が既に平滑化を経た滑らかなデータである場合、AR モデルが観測データの自己相関構造を再現しようとし、推定される自己回帰係数 φ_1 が 1 に近い大きな値となる傾向がある。これは、モデルがデータの滑らかさそのものを強い自己相関として捉えてしまうためである。その結果、式 (A.3) で推計される真のリターンは観測値よりもさらに変動が抑制され、異常に滑らかになってしまう。すなわち、真のリターンの変動性が過小評価されるリスクがあるということである。

そのため、AR モデルを非平滑化に活用する場合の代表的なアプローチとして、Geltner (1993)、Marcato & Key (2007) 等

で提案されているモデルが挙げられる。これは、観測リターンを真のリターンとそのラグの加重平均として表現するものであり、AR(1)モデルの場合、以下のように記述される。

$$R_t = \varphi_1 R_{t-1} + (1 - \varphi_1) \varepsilon_t \quad (\text{A.4})$$

ここで、 ε_t は t 時点のホワイトノイズ（真のリターン）である。この式では、観測リターンは直前の観測リターンと直近の真のリターンとの加重平均として表され、加重係数の和が1となるように設計される。式(A.4)を真のリターンについて解くと、次のようになる。

$$r_t = \frac{1}{(1-\varphi_1)} \{R_t - \varphi_1 R_{t-1}\} \quad (\text{A.5})$$

この方法では、観測リターンが真のリターンよりも変動が小さく、かつ遅れて反応するという性質を考慮し、観測リターンから高い自己相関成分（平滑化の影響）を除去しつつ、直近の情報を適切な重みで補正している。すなわち、観測リターンから過去リターンの影響を差し引き、残されたリターン成分について、 $(1-\varphi_1)$ で割ることで本来の変動幅に補正し、より現実的な真のリターンを推定することが可能となる。ポイントは、このモデルでは加重平均構造を前提とし、係数の和を1に設定することで、推計精度および解釈上の一貫性を確保していることである。

1. 2 移動平均モデル

(MA : Moving Average Model)

MAモデルは、時系列データにおいて、現在の観測値を過去のホワイトノイズ（ショック）の線形結合と定数項によって表現するものであり、観測値が過去の外生的なランダムな変動にどのように影響を受けているかを捉えるために用いられる。

一般に、次数を q として、MA(q)モデルと呼ぶ。MA(q)モデルは、次のような数式で表現される。

$$R_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (\text{A.6})$$

R_t : t 時点における観測値

$\theta_{1\sim q}$: 移動平均係数

μ : 定数項

ε_t : 平均0、分散 σ^2_{ma} のホワイトノイズ

MAモデルにおける次数 q は、現在の値が何期前までの過去のノイズに依存するかを表すもので、適切な次数を推定する。

理解を容易にするため、ここではMA(1)モデルについて整理する。

$$R_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (\text{A.7})$$

この場合、現在の観測値 R_t は、平均 μ と直前のホワイトノイズ ε_t に移動平均係数 θ をかけたものの和として表現される。

MAモデルの枠組みを非平滑化に活用する場合、観測リターンは複数期間にわたる真のリターンの加重平均として観測されていると仮定する。Marcato & Key (2007) や Geltner (1993) 等で用いられるモデルでは、(平均値をゼロとして)定数項を省略し、観

測リターンが真のリターンの加重平均となるように、重みの総和=1になるよう規格化している。これにより、経済的な解釈の明確さと推計精度、実務的な一貫性が保たれる。この前提のもと、観測リターンは次式で表現される。

$$R_t = \theta \varepsilon_t + (1 - \theta) \varepsilon_{t-1} \quad (\text{A.8})$$

この式では、観測リターンは現時点と一時点前の真のリターンの加重平均であると解釈できるため、真のリターンは次式のように近似できる。

$$\varepsilon_t = \frac{1}{\theta} \{ \varepsilon_t - (1 - \theta) \varepsilon_{t-1} \} \quad (\text{A.9})$$

また、実務上は ε_{t-1} の近似として観測値 R_{t-1} を用いることが多く、その場合、次式のように近似できる。

$$\varepsilon_t \approx \frac{1}{\theta} \{ R_t - (1 - \theta) R_{t-1} \} \quad (\text{A.10})$$

この方法は、Geltner (1993). 等でも、広く活用されているが、観測リターンが過去の真のリターンの加重平均となっているという前提に基づき、観測リターンから平滑化の影響を除去し、より実態に近い真のリターンを推定する手法として広く活用されている。

なお、Marcato & Key (2007) では、AR モデルや MA モデルだけでなく、それらを混合した AR・MA モデルの活用についても推奨されている。

1. 3 状態空間モデル (カルマンフィルタ)

カルマンフィルタは、「観測されない真の状態 (真のリターン)」と、それが評価遅延や観測ノイズ等によって歪められた観測値 (観測リターン) を区別し、観測系列から真の状態を逐次推定する方法である。本分析では、鑑定評価や NAV の遅延・平滑化を、真のリターンの移動平均 (MA) 構造と観測ノイズで表現した状態空間モデルとして定式化し、カルマンフィルタで非平滑化を行う手法を例示する。

■観測方程式 (観測リターン)

観測リターン R_t は、現在および過去の「真のリターン r_t 」の加重平均 (MA モデル) と観測ノイズ v_t で生成されるものと仮定する。

$$R_t = \alpha_0 r_t + \alpha_1 r_{t-1} + \dots + \alpha_q r_{t-q} + v_t \quad (\text{A.11})$$

$$V = \text{Var}(v_t) = \sigma_v^2 \quad (\text{A.12})$$

ここで v_t は平均 0、分散 σ_v^2 の観測ノイズ、 q は MA モデルの次数。ここで、 α は重みで、非負かつ合計が 1 の制約を付与する。

■状態方程式 (真のリターン)

真のリターン r_t は、平均ゼロの状態ノイズ w_t (i.i.d.) によって生成されるものとする。

$$r_t = w_t \quad (\text{A.13})$$

ここで w_t は平均 0、分散 σ_w^2 の状態ノイズ。

これらをベクトル、行列で整理する。

[状態ベクトル]

状態方程式の現在から過去 q 期の真のリターンをまとめて状態ベクトル $x(t)$ で定義する。

$$x(t) = [r_t, r_{t-1}, \dots, r_{t-q}] \quad (\text{A.14})$$

状態の時間発展は、現在の真のリターンが先頭に入り、過去の各成分が 1 期ずつ後ろへ移る入れ替え規則で表現する。

$$x(t) = G \times x(t-1) + w(t) \quad (\text{A.15})$$

ここで、 G は $(q+1) \times (q+1)$ の状態遷移行列 (シフト行列) で、行は現在の成分、列は 1 時点前の成分を表す。当期の真のリターンは状態ノイズベクトル $w(t)$ で決まると設定しているため、先頭成分のみショックを表現。 w_t は平均ゼロ、分散 σ_w^2 の状態ノイズ、 W はその分散共分散行列。状態ノイズ w_t は、モデルが仮定する確率過程から各期ランダムに生じる量と定義する。

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

$$w(t) = [w_t, 0, \dots, 0] \quad (\text{A.17})$$

$$W = \text{Var}(w(t)) = \text{diag}(\sigma_w^2, 0, \dots, 0) \quad (\text{A.18})$$

[観測行列]

観測方程式の現在および過去 q 期までの真のリターンの重み付き和と観測ノイズで構

成され、その重み (MA モデルのパラメータ) ベクトル F 、観測リターン $R(t)$ を定義する。

$$R(t) = F \times x(t) + v(t) \quad (\text{A.19})$$

$$F = [\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q] \quad (\text{A.20})$$

このモデルのパラメータ (状態ノイズ分散 σ_w^2 、観測ノイズ分散 σ_v^2 、および MA の係数 α) は、観測データに対して最尤法により同時に推定する。 α は合計=1、非負制約を推定段階から課すことで、識別性と頑健性を確保している。

■ 逐次推定アルゴリズム

[予測]

前期の状態推定値 $x(t|t-1)$ から、今期の状態 (事前値) を予測する。

$$x(t|t-1) = G \times x(t-1|t-1) \quad (\text{A.21})$$

予測誤差分散の更新は、状態が前期から今期へ状態遷移行列 G を通じて変化する際、前時点の誤差分散 $P(t|t-1)$ もその変換の影響を受けて形を変えることを反映する。具体的には、前時点の分散共分散行列 $P(t-1|t-1)$ を、状態遷移行列 G およびその転置行列 G^T で挟むことで、今期の状態空間での誤差分散に変換する。さらに、今期新たに加わる状態ノイズの分散 W を加えることで、今期の不確実性も反映する。

$$P(t|t-1) = G \times P(t-1|t-1) \times G^T + W \quad (\text{A.22})$$

[更新ステップ]

新たな観測データ $R(t)$ が得られたとき、事前予測を修正する。

$$R(t|t-1) = F \times x(t|t-1) \quad (\text{A.23})$$

観測値の残差(イノベーション) y_t は観測値と予測値の差分である。

$$y_t = R(t) - F \times x(t|t-1) \quad (\text{A.24})$$

イノベーションの分散 S_t の更新は、状態の予測誤差分散 $P(t|t-1)$ が観測行列 F を通じて観測値に現れる影響を反映する。具体的には、予測誤差分散 $P(t|t-1)$ を観測行列 F およびその転置行列 F^T で挟むことで、状態空間における予測誤差分散を観測空間に変換する。これに、観測で新たに加わる観測ノイズの分散 V を加えることで、イノベーションの不確実性も反映する。

$$S_t = F \times P(t|t-1) \times F^T + V \quad (\text{A.25})$$

ここで、カルマンゲイン K_t を計算する。カルマンゲインとは、「現在の予測の不確実性」と「観測リターンの信頼性」を比較し、観測リターンでどの程度状態推定を修正するかを決める重みづけ係数である。カルマンゲインの大きさにより、観測リターンにどれだけ従うか(または予測をどれだけ維持すべきか)を調整する。 $P(t|t-1) \times F^T$ は、状態の予測誤差分散 $P(t|t-1)$ が観測空間にどれだけ現れるか(予測値の観測空間での不確実性)を表し、 S_t^{-1} をかけることでイノベーション分散が大きいときは、観測リターンの信頼性が落ちるため、修正量は小さく

なる。結果として、「予測の不確実性」と「観測リターンの不確実性」のバランスをとって、観測リターンによる修正量を決めることになる。

$$K_t = P(t|t-1) \times F^T \times S_t^{-1} \quad (\text{A.26})$$

[状態推定値の更新]

事前推定値に、イノベーションをカルマンゲインで重みづけして加えることで、観測リターンを反映した新たな状態推定値を算出する。

$$x(t|t) = x(t|t-1) + K_t \times y_t \quad (\text{A.27})$$

観測リターンから状態推定値を更新した後、推定誤差分散 $P(t|t)$ を算出する。 $P(t|t-1)$ は、観測前の状態推定誤差分散である。観測リターンを取り入れることで、推定値の不確かさは減少する。カルマンゲイン K_t と観測行列 F 、事前分散 $P(t|t-1)$ を用いてその修正分 $K_t \times F \times P(t|t-1)$ を引くことで、観測リターンを反映した新しい推定誤差分散 $P(t|t)$ が得られる。

$$P(t|t) = P(t|t-1) - K_t \times F \times P(t|t-1) \quad (\text{A.28})$$

この手順を時系列で繰り返すことで、観測ノイズや MA 構造を考慮しながら、真のリターン(期待値と分散)をリアルタイムで推計することが可能となる。

なお、分析結果として提示するカルマンフィルタの非平滑化リターンは、フィルタリングではなく、全期間の観測データを用いた固定区間事後推定に基づくものである。

2. ファクター分析の具体的手法

ファクター分析は、Pedersen, N., Page, S., He, F. (2014)を参考に、株式ファクターおよび金利、クレジットスプレッド等を活用。非平滑化後のリターンにマルチファクターモデルを想定して最小二乗法によりファクターエクスポージャーを推計し、 t 値でパラメータの有効性を判断。

具体的に活用したファクターリターンはベータ、バリュー、サイズ、流動性、ハイイールド、デュレーション、クレジットスプレッド。それぞれのファクターリターン推計は下記の通り。ここで、リターン系のファクターはリターン、金利・スプレッド等の水準系のファクターは変化を使用。

[ファクターリターン]

- ・ ベータ
MSCI AC World Gross TR
- ・ バリュー
MSCI AC World Value Gross TR
– MSCI AC World Growth Gross TR
- ・ サイズ
MSCI AC World Small Cap Gross TR
– MSCI AC World Large Cap Gross TR
- ・ 流動性
Pastor–Stambaugh liquidity factor
- ・ ハイイールド
Bloomberg US Corporate High Yield
Average OAS
- ・ デュレーション
US government 10-year yield
- ・ クレジットスプレッド
Bloomberg US Agg Credit Avg OAS

【参考文献】

みずほリサーチ&テクノロジーズ「大学の
アセットオーナー・プリンシプル対応を考
える」

[https://www.mizuho-
rt.co.jp/business/consulting/articles/2024-
k0055/index.html](https://www.mizuho-rt.co.jp/business/consulting/articles/2024-k0055/index.html)

みずほリサーチ&テクノロジーズ「大学法
人に求められる運用・ガバナンス高度化
～国際卓越研究大学の要件、海外エンダウ
メントを参考に～」

[https://www.mizuho-
rt.co.jp/publication/report/2024/pdf//operati
on2405.pdf](https://www.mizuho-rt.co.jp/publication/report/2024/pdf//operation2405.pdf)

文部科学省 令和6年度委託調査業務 報告
書 国際卓越研究大学等の運用体制の整備
に資する調査業務及び普及啓発業務
(海外大学の資金運用の実態調査)

[https://www.mext.go.jp/content/20250404-
mxt_gakkikan_000028866-1.pdf](https://www.mext.go.jp/content/20250404-mxt_gakkikan_000028866-1.pdf)

Couts, S. J., Gonçalves, A. S., & Rossi, A.
(2023). "Unsmoothing Returns of Illiquid
Funds." Kenan Institute of Private
Enterprise Research Paper, (20-05), 2024-
02.

Geltner, D. (1991). "Smoothing in Appraisal-
Based Returns." The Journal of Real Estate
Finance and Economics, 4(3), 327-345.

Geltner, D. (1993). "Estimating Market
Values from Appraised Values without

Assuming an Efficient Market." Journal of
Real Estate Research, 8(3), 325-345.

Getmansky, Lo, Makarov (2004) "An
Econometric Model of Serial Correlation
and Illiquidity in Hedge Fund Returns."
Journal of financial economics, 74(3), 529-
609.

Harvard Gazette (2025). "Endowment offers
flexibility but also risks."

Harvard Management Company CEO's
letter (2024).

Harvard University Financial Report (2023,
2024).

Marcato & Key (2007). "Smoothing and
Implications for Asset Allocation Choices."
Journal of Portfolio Management, 33(5).

Pedersen, N., Page, S., He, F. (2014). "Asset
Allocation: Risk Models for Alternative
Investments." Financial Analysts Journal,
70(3), 34-45.

Peterson & Grier (2006). "Covariance
Misspecification in Asset Allocation."
Financial Analysts Journal, 62(4), 76-85.

本稿に関する問合せ先

鈴木 麻悌	080-2360-4532	asayoshi.suzuki@mizuho-rt.co.jp
立石 奈津美	080-2361-3009	natsumi.tateishi@mizuho-rt.co.jp
吉村 礼	080-2360-4575	rei.yoshimura@mizuho-rt.co.jp

©2025 みずほリサーチ&テクノロジーズ

本資料は、金融ソリューションに関する情報提供を目的として作成されたものです。記載内容は、弊社が信頼できると判断した各種データに基づき作成されておりますが、その正確性、確実性を保証するものではありません。また、金融情勢の変化などにより、本資料に記載された内容は予告なしに変更されることもあります。本資料に関する権利は、みずほリサーチ&テクノロジーズに帰属し、本資料の一部または全部の無断複製、転載、改変、編集、及び第三者への開示を禁じます。