

モード分解と経験コピュラを用いたシナリオ地震動 予測地図のサンプル生成

今井隆太ⁱ, 賀須井直規ⁱⁱ, 岩城麻子ⁱⁱⁱ, 藤原広行^{iv}

A Sample Generation of Scenario Earthquake Shaking Maps via a Combination of Modal Decomposition and Empirical Copula

Ryuta IMAI, Naoki KASUI, Asako IWAKI, and Hiroyuki FUJIWARA

シナリオ地震動予測地図を大量に生成する手法として、蓄積されたシナリオ地震動予測地図を利用して、まだ設定されていないシナリオに対する地震動予測結果の候補を生成する手法を提案する。提案手法では、既存のシナリオ地震動予測地図のモード分解を考えることによってシナリオとそのモード座標を同一視し、確率変数と見なしたモード座標の同時分布に従う実現値を生成することで既存の地震動予測結果を補間する。提案手法を既存のシナリオ地震動予測地図に適用して、簡易にシナリオ地震動予測地図を大量に生成できることを確認した。尚、本原稿は日本地震工学会・大会 2020 の第 15 回年次大会梗概集から一部修正して転載した。

(キーワード): モード分解, 経験コピュラ, シナリオ地震動予測地図, サンプル生成

1 はじめに

1.1 背景

近年、災害リスクに基づいて防災対策を検討することが重要となっており、地震ハザード評価はそのための大切な手段のひとつである。震源シナリオ（あらかじめ想定する地震の発生過程）の不確定性による地震ハザード評価のバラツキを定量化するためには、多数のシナリオに基づくシミュレーションを実施して、標本データとしての計算結果を蓄積することが重要である¹⁾。しかしながら、標本データとしての計算結果を蓄積することは容易ではない。例えば、ひとつのシナリオに対する地震波動伝播シミュレーションは数十億グリッドの差分法計算によって行われており²⁾、並列計算を実行できるスパコンのような大きなリソースが消費されてきた。このような状況

に鑑み、これまでに蓄積されたシミュレーション結果を利用して、まだ設定されていないシナリオに対するシミュレーション結果の候補を簡便に生成することができれば、地震ハザード評価のバラツキの定量化に資すると期待される。本報告では、既にあるシナリオ地震動予測結果を利用して、まだ設定されていないシナリオに対する地震動予測結果を簡便に生成する手法を提案する。

1.2 提案手法と関連研究

提案手法の一つ目のポイントは、既に蓄積されている標本データとしての計算結果にモード分解を施すことによって、計算結果の観測点依存成分であるモードシェイプとシナリオ依存成分であるモード座標を抽出することである。シナリオとそのモード座標を同一視することによって、あるシナリオと別の

ⁱ サイエンスソリューション部 社会インフラチーム 上席主任コンサルタント 博士（数理学）

ⁱⁱ サイエンスソリューション部 社会インフラチーム コンサルタント 修士（工学）

ⁱⁱⁱ 防災科学技術研究所 主任研究員 博士（理学）

^{iv} 防災科学技術研究所 領域長 博士（理学）

シナリオを補間することが可能となる。提案手法では、この補間によってシナリオ地震動予測地図のサンプルを生成する。一方、シナリオには不確かさが含まれており、地震動予測のシナリオ依存成分であるモード座標は確率変数と見なすことができる。シナリオの補間によって地震動予測の候補を生成するとき、この確率分布に従ってサンプリングしなければ、地震ハザード評価を歪める可能性がある。提案手法の二つ目のポイントは、モード座標の実現値に適合するような確率分布に従ってシナリオの補間の頻度を設定することである。シナリオ地震動予測結果のモード分解を実施している先行研究として、能島・他(2018, 2019)^{3,4)}がある。能島・他(2018, 2019)^{3,4)}では、シナリオ地震動予測地図の地震動分布の空間相関の特性を明らかにすることを目的としてモード分解を適用する方法が提案されている。更に、被害想定やリスク評価の高度化を目的としてモンテカルロ法を用いたモード合成によるシミュレーションを実施している。能島・他(2018, 2019)^{3,4)}の研究は、地震動分布の空間相関に焦点を当てており、既にあるシナリオ地震動予測地図の空間相関を変えないという拘束条件の下でモード座標をランダムサンプリングするところに特徴があると思われる。一方、我々の提案手法は能島・他(2018, 2019)^{3,4)}の方法の延長線上に位置づけられるが、地震動分布の不確かさの確率分布に着目するところに特徴がある。我々の動機は、これまでに蓄積された地震動予測結果を利用しつつ、まだ設定されていないシナリオに対する地震動予測結果を簡便に生成して地震ハザード評価に適用することである。従って、まだ設定されていないシナリオに対する結果を生成するだけでなく、その発生頻度を説明できるような方法を提案することが目的である。

2 手法

2.1 固有直交分解によるモード分解

シナリオ s に対する空間位置 x における地震動強さデータを $X(x, s)$ とするとき、その相関関数 $K(x, y) = \int X(x, s)X(y, s)dP(s)$ の定める積分作用素を T とする。作用素 T の固有関数を $U_p(x)$ とするとき、ヒルベルト-シュミット展開定理より

$$X(x, s) = \sum_p U_p(x)W_p(s), \quad (1)$$

が成り立つ^{5,6)}。固有関数は $\int U_p(x)U_q(x)dx = \delta_{pq}$ と

なるように取ることができ、固有値を λ_p とすれば $\int W_p(s)W_q(s)dP(s) = \lambda_p\delta_{pq}$ となる。 $U_p(x)$ と $W_p(s)$ をそれぞれモードシェイプ、モード座標と呼ぶことにする。モード座標は $W_p(s) = \int X(x, s)U_p(x)dx$ によって定めることができ、地震動強さデータ $X(x, s)$ を固有関数 $U_p(x)$ で展開したときの展開係数である。応用上は、固有値の大きな r 個の主要モードのみを取って、式(1)を項数 r の有限和で近似する。シナリオ s の全体のなす集合 $\mathcal{S}$ には確率測度 P が備わっていると考えると、モード座標 W_p は確率変数と見なすことができ、 $W: \mathcal{S} \ni s \mapsto (W_1(s), \dots, W_r(s)) \in \mathbb{R}^r$ によってシナリオ全体のなす集合 $\mathcal{S}$ はパラメータ空間 $\mathbb{R}^r$ と同一視することができる。このとき、パラメータ空間 $\mathbb{R}^r$ にはモード座標ベクトル $\mathbf{W}$ が誘導する確率測度

$$dP_{\mathbf{W}}(w_1, \dots, w_r) = P(w \leq \mathbf{W} < w + dw) = f(w_1, \dots, w_r)dw_1 \cdots dw_r, \quad (2)$$

が定義される。ここで、 $f(\mathbf{w})$ は確率ベクトル $\mathbf{W}$ の同時確率密度関数（同時 PDF）である。尚、次節以降で現われる $\mathbf{W}$ の同時累積分布関数（同時 CDF）は、 $F(w_1, \dots, w_r) = P(\mathbf{W} \leq \mathbf{w}) = \int_{-\infty}^{w_1} \cdots \int_{-\infty}^{w_r} f(w_1, \dots, w_r)dw_1 \cdots dw_r$ のことである。

2.2 モード座標のコピュラ

モード座標 W_p を確率変数と見なす場合、シナリオのパラツキが地震動強さに及ぼす影響の確率的な特徴は W_p の確率分布に反映されると考えられる。とくに、シナリオの影響の頻度が W_p の周辺分布に反映されるだけでなく、異なるモード同士の確率的な依存関係が確率ベクトル $\mathbf{W} = (W_1, \dots, W_r)$ の同時分布に反映されると考えられる。今、各モードの W_p の周辺累積分布関数（周辺CDF）を F_p とするとき、確率変数 $Z_p = F_p(W_p)$ は一様分布に従うことがわかる。コピュラとは、確率ベクトル $\mathbf{Z} = (Z_1, \dots, Z_r)$ の同時累積分布関数（同時CDF） $C(z_1, \dots, z_r) = P(Z_1 \leq z_1, \dots, Z_r \leq z_r)$ のことである^{7,8,9)}。大雑把に言えば、コピュラとは、モード毎の確率的な特徴を周辺CDFに押し付けて、異なるモード同士の確率的な依存関係のみを表すものと言える。コピュラの定義から、モード座標ベクトル $\mathbf{W}$ の同時CDFを $F(w_1, \dots, w_r) =$

$P(W_1 \leq w_1, \dots, W_r \leq w_r)$, 各モードの W_p の周辺PDF を $f_p(w_p)$ とすれば,

$$F(w_1, \dots, w_r) = C(F_1(w_1), \dots, F_r(w_r)), \quad (3)$$

$$f(w_1, \dots, w_r) = \frac{\partial^r c(z_1, \dots, z_r)}{\partial z_1 \dots \partial z_r} \cdot \prod_p f_p(w_p), \quad (4)$$

が成り立つ. $c(z_1, \dots, z_r) = \frac{\partial^r c(z_1, \dots, z_r)}{\partial z_1 \dots \partial z_r}$ をコピュラ密度と呼ぶ. 一般に, 代表的なコピュラとして, アルキメデスコピュラや正規コピュラなどのパラメトリックな関数が知られている. また, サンプルの実現値に適合した経験コピュラが使われることもある. 蓄積されたシナリオ地震動予測地図のモード座標ベクトル $\mathbf{W}$ の性質についての先験的な知見が乏しい現時点では, パラメトリックなコピュラを採用することの妥当性を判断することが難しい. そこで, 本報告では経験コピュラを採用することとする.

2.3 経験コピュラに従うサンプリング

確率ベクトル $\mathbf{W} = (W_1, \dots, W_r)$ に従うモード座標の母集団からサイズ n のサンプル $\mathbf{W}^j = (W_1^j, \dots, W_r^j)$ ($1 \leq j \leq n$) を抽出し, 既存のシナリオ地震動予測地図のモード座標の成分 w_p^j ($1 \leq j \leq n$) はその実現値になっていると仮定する. つまり, $\{\mathbf{W}^j = (W_1^j, \dots, W_r^j)\}_{j=1}^n$ は独立で同一分布に従う確率ベクトル列とし, ある標本点 ω_0 において $w_p^j = W_p^j(\omega_0)$ となるものとする. モード座標の実現値の集合 $\{w_p^j\}_{j=1}^n$ を昇順に並べ替えたときに w_p^j が $\sigma_p(j)$ 番目になるとして, 順位に基づく経験コピュラ $\tilde{C}(z_1, \dots, z_r)$ を次のように定める^{7,8)}.

$$\tilde{C}(z_1, \dots, z_r) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \prod_{p=1}^r 1_{\leq z_p} \left(\frac{\sigma_p(j)-1}{n} \right). \quad (5)$$

ここで, $1_{\leq x}(a)$ は $a \leq x$ ならば 1, $x < a$ ならば 0 となる関数とした. 式(5)は, 確率変数 $Z_p^j = F_p(W_p^j)$ の実現値を $z_p^j = F_p(w_p^j) = \frac{\sigma_p(j)-1}{n}$ と近似したことに対応している. 言い換えれば, 実現値 w_p^j が生起する頻度を均等と考えていることに相当している. 式(5)のコピュラ密度を次のように近似する. (デルタ関数を矩形関数で近似する)

$$\tilde{c}(z_1, \dots, z_r) = n^{r-1} \sum_{j=1}^n \prod_{p=1}^r I^{\sigma_p(j)}(z_p). \quad (6)$$

ここで, $I^{\sigma_p(j)}$ は区間 $\left[\frac{\sigma_p(j)-1}{n}, \frac{\sigma_p(j)}{n} \right)$ のみで値 1 をとる関数とした. コピュラの定義域である単位矩形領域 $[0,1) \times \dots \times [0,1)$ を各次元方向に n 等分して n^r 個の小矩形領域を考える. サンプル番号 j 毎にひとつの部分右上矩形領域 $\left[\frac{\sigma_1(j)-1}{n}, 1 \right) \times \dots \times \left[\frac{\sigma_r(j)-1}{n}, 1 \right)$ で高さ $\frac{1}{n}$ のステップを考えると, 経験コピュラ(5)のグラフは n 個のサンプルに対するステップを積み重ねた階段状になっている. コピュラ密度(6)は, ステップの左下隅の小矩形領域 $\left[\frac{\sigma_1(j)-1}{n}, \frac{\sigma_1(j)}{n} \right) \times \dots \times \left[\frac{\sigma_r(j)-1}{n}, \frac{\sigma_r(j)}{n} \right)$ のみで値 n をとり, それ以外的小矩形領域では 0 である. これはチェッカーボードコピュラ的一种であるルークコピュラになっている¹⁰⁾.

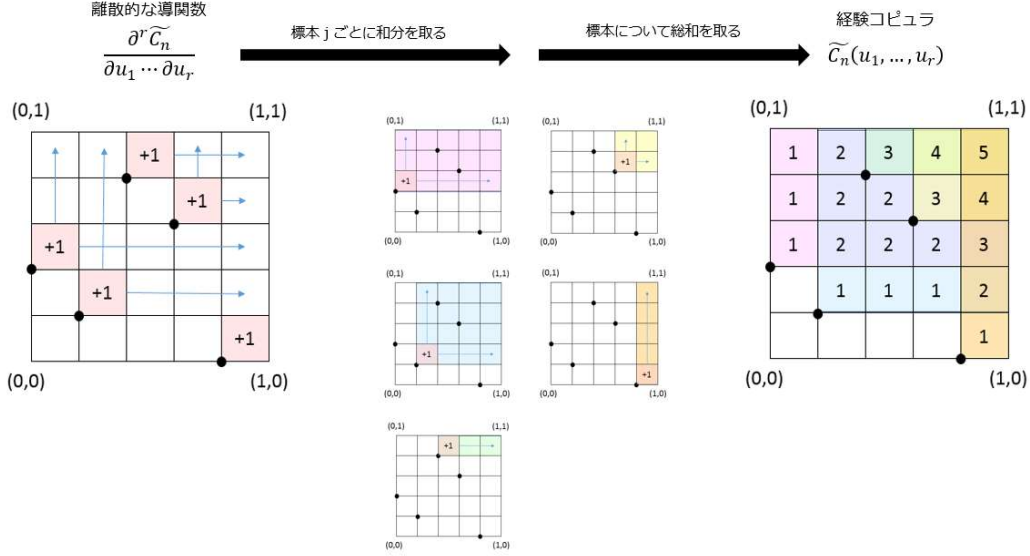


図 1 経験コピュラとコピュラ密度 (モード座標が 2 次元で標本サイズが 5 の例)

経験コピュラ (6) を各次元方向に積分することで式 (5) を近似することができる。従って、 $J^{\sigma_p(j)}(z_p) = \int_0^{z_p} n I^{\sigma_p(j)}(z) dz$ とすれば、モード座標ベクトル $\mathbf{w}$ の同時 CDF は次のように近似できる。

$$F(w_1, \dots, w_r) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} \prod_p J^{\sigma_p(j)}(F_p(w_p)). \quad (7)$$

式 (7) の総和の中の $\prod_p J^{\sigma_p(j)}(F_p(w_p))$ は、 j を固定する毎にある確率ベクトルの累積分布関数になっており、全体としてその凸結合になっている。従って、 j を固定する毎に $\prod_p J^{\sigma_p(j)}(F_p(w_p))$ に従う実現値を生成して、それらを寄せ集めればよい。即ち、 j を固定するごとに新規の実現値 z_p^k を小矩形領域 $\left[\frac{\sigma_1(j)-1}{n}, \frac{\sigma_1(j)}{n}\right) \times \dots \times \left[\frac{\sigma_r(j)-1}{n}, \frac{\sigma_r(j)}{n}\right)$ の中に一様に n' 個生成させてから j について寄せ集めれば、経験コピュラに従うサンプリングとして合計で nn' 個の実現値を生成することができる。経験コピュラは、依存関係にあるモード座標の順位 $\sigma_p(j)$ の組み合わせを指定することによって異なるモード同士の依存関係を制御している。一方、各モードのモード座標値の分布の広がり方は周辺 CDF で制御すればよい。このように、提案手法では、シナリオのバラツキを異なるモード同士の依存関係と各モードの分布の広がり方に分解して議論することができる。式 (6) に示したコ

ピュラ密度は、互いにそのサポートが交わらない矩形関数 $I^{\sigma_p(j)}(z)$ の積で表されていることから、ここでは矩形経験コピュラと呼ぶことにする。一方、因子関数として、そのサポートが交わるような滑らかな関数の積で表されるものを考えることもできる。これを平滑化経験コピュラと呼ぶことにする。以降では、新規のサンプル生成にバリエーションを与えることができる平滑化経験コピュラを適用したサンプリング結果を示す。

3 シミュレーション

3.1 点震源のラディエーションパターンのモード分解

シナリオ地震動予測地図のサンプル生成に先立ち、モード分解の性能を把握することを目的として、せん断食い違い型点震源のラディエーションパターン $R(x, \omega)$ に対してモード分解を行った。観測点 x と震源パラメータ (走向角, 傾斜角, 滑り角) $\omega = (\theta, \varphi, \psi)$ を離散化して、ラディエーションパターンを 1105×5525 のデータ行列 $R = (R_{ij}) = (R(x_i, \omega_j))$ とし、その分散共分散行列の固有値問題を解いてモードシェイプ $F_p(x_i)$ とモード座標 $G_p(\omega_j)$ を抽出した。図 2 と図 3 に各モードの固有値とパターンを示す。モード分解はデータ行列から空間依存成分であるモードシェイプと震源パラメータ依存成分であるモード座標を抽出して、少数の支配

的なモードでデータ行列を近似する能力があることが確認された。次に、図 4 に各モード座標の周辺分布とモード座標の各組の同時分布を示す。固有直交分解に基づくモード座標同士は直交（無相関）するものの、同時分布は特徴的な配置を示しており、特定の依存関係があると考えられる。このことから、モード座

標の生成により新たな解析結果を得ようとするとき、各モード座標を互いに独立に生成するのではなく、モード座標間の依存関係を考慮する必要があることが示唆される。本報告で議論する経験コピュラは、これを実現するための有効な手段である可能性がある。

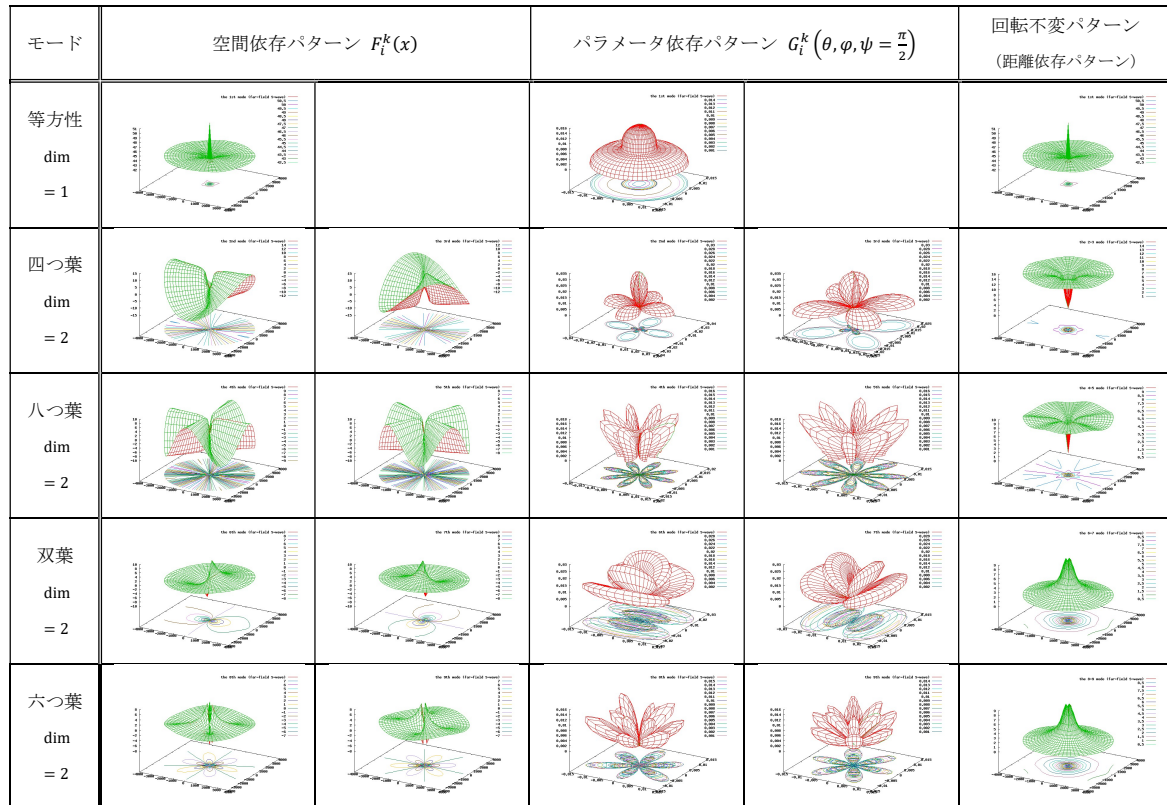


図 2 各モードのパターン

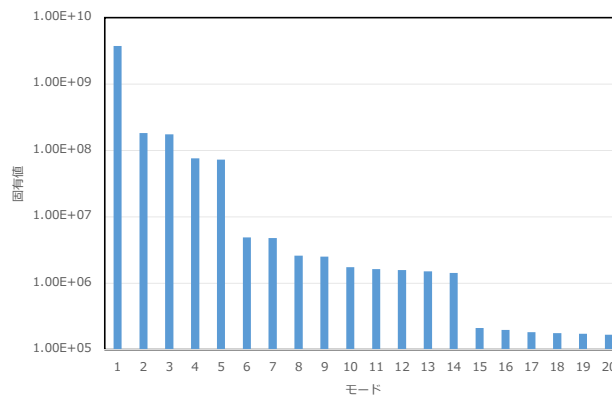
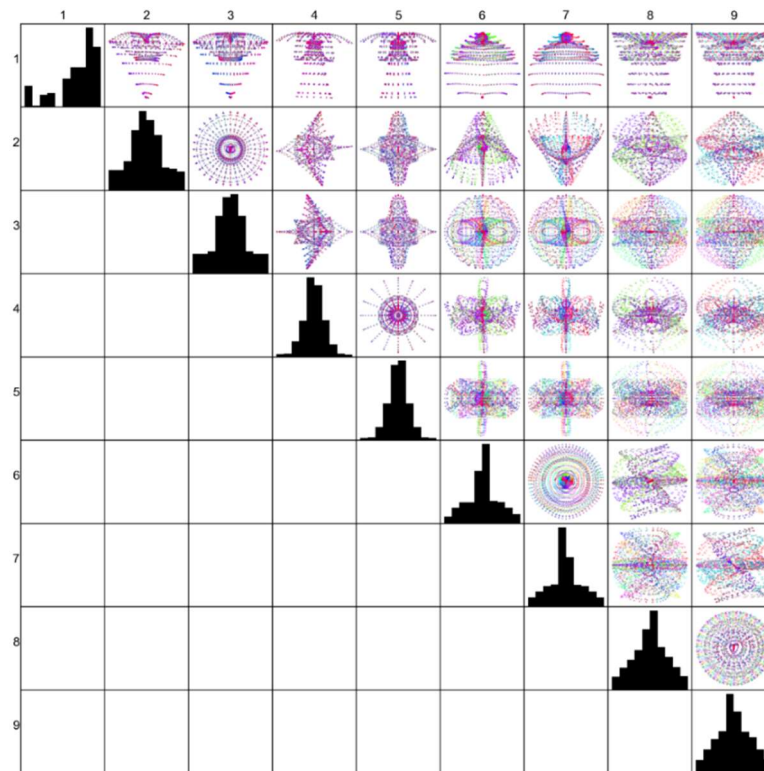


図 3 各モードの固有値



行番号 i ・列番号 j はモード次数であり、各セルの内容は以下の通り。

- ・対角 ($i=j$) : 周辺分布を表示 | 縦軸: j 次モード座標に関する各階級の頻度, 横軸: j 次モード座標
- ・その他 ($i<j$) : 同時分布を表示 | 縦軸: i 次モード座標, 横軸: j 次モード座標,

色: 走向角 0 60 120 180 240 300 360 [°]

図 4 モード座標の同時分布と周辺分布

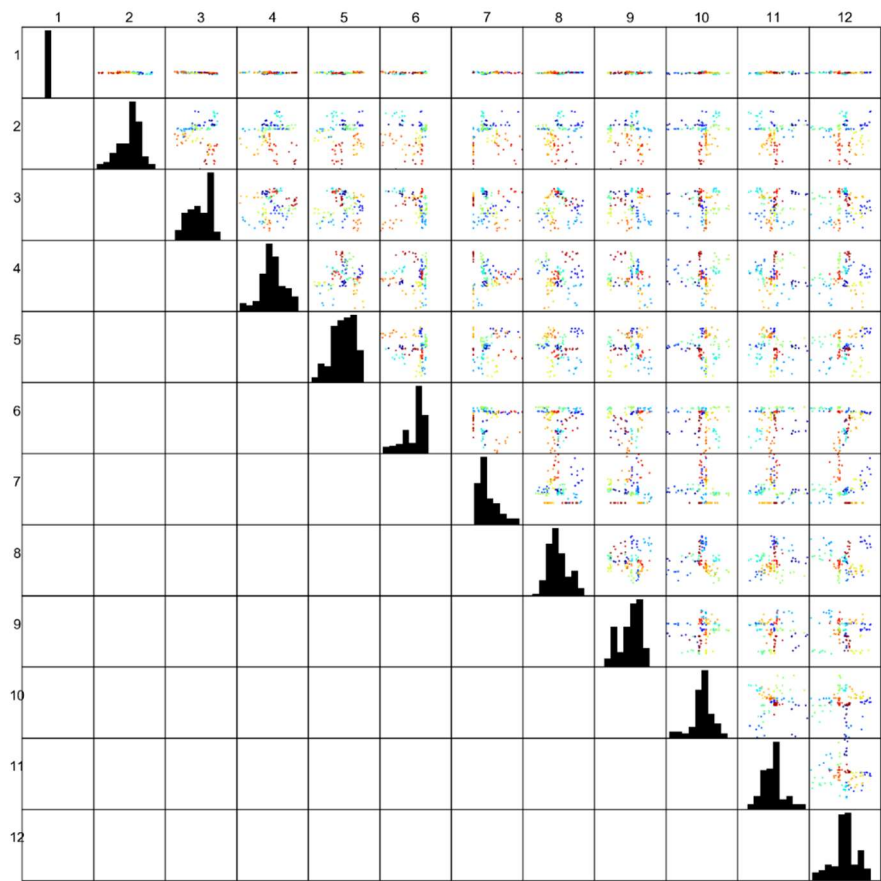
3.2 シナリオ地震動予測地図のサンプル生成 1

本節では、防災科研様がJ-SHISにて公開しているシナリオ地震動予測地図を利用して、あらためてモード分解の性能確認を試みた。全12シナリオからある1シナリオを除く11シナリオに対する地震動予測結果に対してモード分解を適用し、抽出された11モードから、除去した1シナリオの結果を再合成できるか否かを確認した。ページ数の都合で詳しい計算結果は割愛するが、モード分解と再合成によって、11個のシナリオから、実際に出現しそうな12個目のシナリオに対する結果を生成することができたといえる。このことは、モード分解が、ありそうなシナリオ地震動解析結果を簡便に生成するのに有効なツールであ

ることを示唆する。

3.3 シナリオ地震動予測地図のサンプル生成 2

本節では、防災科研様がJ-SHISにて公開しているシナリオ地震動予測地図を利用して、まだ設定されていないシナリオに対する地震動予測結果の候補を生成することを試みた。新規のサンプルが従う経験コピュラとして、2.3節で説明した矩形コピュラと平滑化コピュラを適用した。ページ数の都合で、以下では平滑化コピュラを適用した結果のみ示す。図 5は、平滑化経験コピュラに従ってサンプリングされたモード座標の同時分布と周辺分布を示す。図 6は、本提案手法によって生成された地震動予測結果を示す。

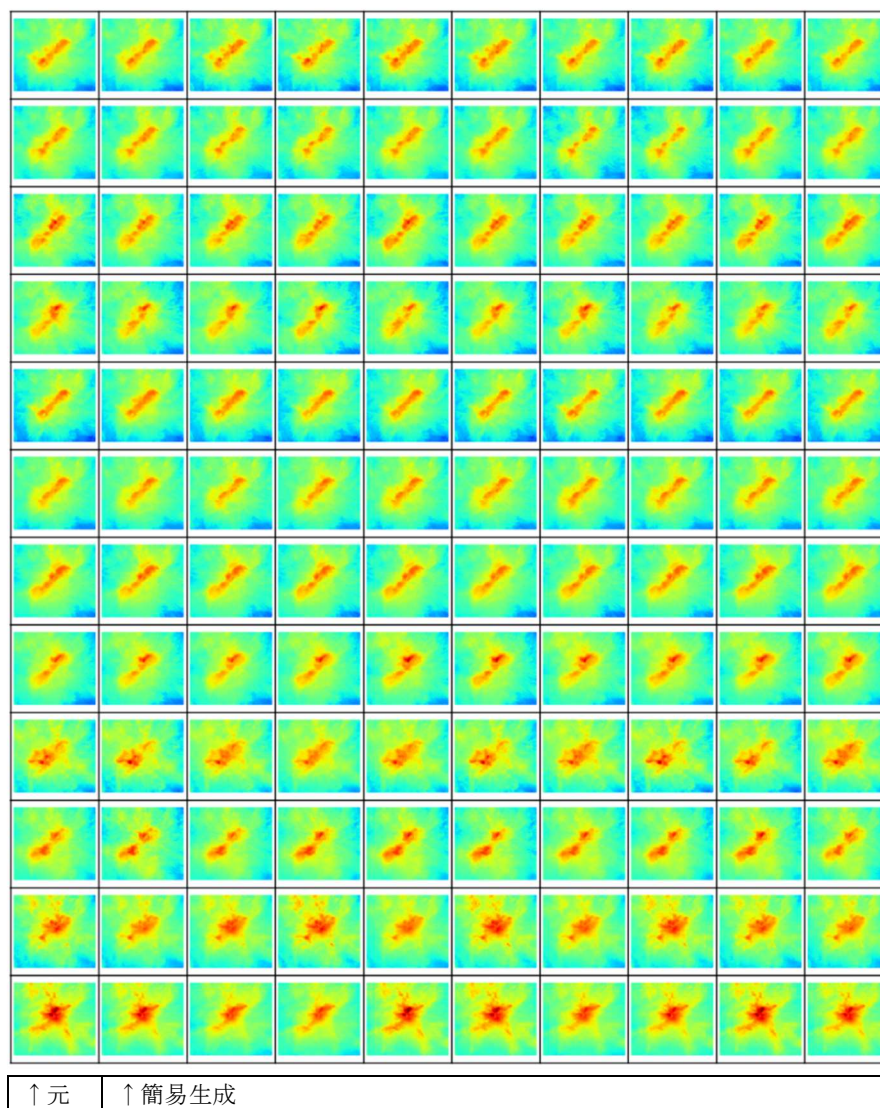


行番号 i ・列番号 j はモード次数であり、各セルの内容は以下の通り。
・対角 ($i=j$) : 周辺分布を表示 | 縦軸 : j 次モード座標に関する各階級の頻度, 横軸 : j 次モード座標
・その他 ($i<j$) : 同時分布を表示 | 縦軸 : i 次モード座標, 横軸 : j 次モード座標, 色 : 点群番号

図 5 平滑化経験コピュラにより生成されたモード座標の同時分布と周辺分布

表 1 用いたシナリオ地震動予測地図

区間	長野盆地西縁断層帯飯山ー千曲区間
データ項目	工学的基盤上の最大地表速度PGV
破壊開始点ケース	破壊開始点ケース



〔i 行 1 列目：i 番目の元データ，i 行 2～10 列目：i 番目の元データに基づく簡易生成結果〕

図 6 平滑化経験コピュラに基づいて簡易生成された地震動予測結果

4 議論

4.1 モード座標同士の依存関係

3.1 節では，せん断食い違い型点震源のラディエーションパターンのモード分解を実施して，本提案手法が多数のシナリオ解析結果に通底する特徴を抽出する能力があることを示した．更に，モード分解の性質からモード座標は直交性を満足するという意味で無相関であるにもかかわらず，各モードのモード座標は独立ではなく，特定の依存関係があることを図 4 は示している．言い換えれば，モード座標を生成する場合に然るべき依存関係を満足するようにサンプリングしなければ，たとえ無相関なサンプリングをしても，現実には存在し得ない予測結果を生成して

しまったり，存在し得たとしても発生頻度を歪めたりする可能性があることを示唆している．このことから，地震ハザード評価の結果を合理的に解釈するためには，モード座標間の依存関係を規定する同時分布を考慮することが重要であると言える．

4.2 基底としてのモードシェイプ

3.2 節では，実際のシナリオ地震動予測地図に対してモード分解を適用して，抽出したモードシェイプが地震動予測地図を生成する能力があることを示した．とくに，12 ケースのシナリオ地震動予測地図を 11 ケースの訓練用データと 1 ケースのテストデータに分けるクロスバリデーションを実施して，まだ設定されていないシナリオに対する地震動予測結果の

候補を生成できることを示した。これは、既存のシナリオ地震動予測地図から抽出したモードシェイプが未知の地震動予測結果を生成する基底ベクトルになり得ることを示している。しかしながら、標本サイズが少ないために、常に訓練用データから得られる全てのモードシェイプを再合成のための基底ベクトルとして利用することが容易であったという点には注意が必要であろう。

4.3 平滑化経験コピュラによるサンプルのバリエーション

3.3 節では、実際のシナリオ地震動予測地図に対して本提案手法を適用して、まだ設定されていないシナリオに対する地震動予測結果の候補を簡易に生成できることを示した。本手法のポイントは、シナリオとそのモード座標を同一視することによってシナリオをパラメータ化し、確率変数と見なしたモード座標の同時分布に従うパラメータの実現値を生成することで既存の地震動予測結果を補間することである。確率変数ベクトルの同時分布を推定するためのノンパラメトリックな方法には様々ある。本提案手法では、各モード座標の個別の確率的な性質とモード座標同士の依存関係を独立に議論できる方法として、コピュラを適用することとした。とくに、ノンパラメトリックなコピュラとして経験コピュラを適用している。

経験コピュラは、実際のシナリオ地震動予測地図を標本データの実現値として、その実現値に適合するような同時分布を推定している。従って、元のシナリオ地震動予測地図を十分再現することができる。逆に、元のシナリオ地震動予測地図に過剰適応してしまって、新規に生成した地震動予測結果のバリエーションが過少評価される可能性がある。ページ数の都合で割愛したが、矩形経験コピュラに従って新規に生成した地震動予測結果が元のシナリオ地震動予測地図に束縛されてあまり離れていないことが示される。4.1 節で指摘したように、新たに生成されるモード座標の実現値はモード座標の同時分布に従うことが求められる。しかしながら、矩形経験コピュラに忠実に従うサンプリングでは、元の標本データとしての地震動予測結果に非常に近い結果しか生成することができず、結果的に、地震ハザード評価の定量化への寄与が小さくなる。そこで、3.3 節では更に経験コピュラを平滑化して、モード座標の実現値のサンプリングにバリエーションを与えるを試みて

いる。その結果、図 5 と図 6 が示すように、平滑化経験コピュラを用いることによって、新規に生成した地震動予測結果のバリエーションが増加している。2.3 節で説明したように、矩形経験コピュラは各モード座標の順位に基づいており、新規に生成されるモード座標の実現値も元の順位を保存しており、順位の逆転を許していない。これは、互いにそのサポートが交わらない矩形の関数の積としてコピュラ密度が与えられているからに他ならない。一方、平滑化経験コピュラの密度関数は、そのサポートが交わるような滑らかな関数の積として与えられている。そのため、新規に生成されるモード座標の実現値については、低頻度ながらも元の順位の逆転を許しており、これが結果的に地震動予測結果のバリエーションを生み出している。モード座標の実現値の順位の逆転の程度は、コピュラ密度の因子関数の裾の幅を変化させることでパラメトリックに制御することができる。また、平滑化経験コピュラだけでなく、各モード座標の周辺 PDF の平滑化や裾の延長を導入することによっても地震動予測結果のバリエーションを増加させることは可能であると思われる。

5 おわりに

地震ハザード評価のための標本データとしてのシナリオ地震動予測地図を大量に生成する手法として、これまでに蓄積されたシミュレーション結果を利用して、まだ設定されていないシナリオに対する地震動予測結果の候補を生成する手法を提案した。

提案手法のポイントは、既存のシナリオ地震動予測地図のモード分解を考えることによってシナリオとそのモード座標を同一視し、確率変数と見なしたモード座標の同時分布に従う実現値を生成することで既存の地震動予測結果を補間することである。とくに、地震ハザード評価を歪めないためには、補間の頻度を合理的に設定すること、即ち、モード座標の同時分布に従う実現値のサンプリングが必要である。提案手法のもうひとつのポイントは、モード座標の同時分布を推定するために経験コピュラを評価することである。コピュラを評価することによって、各モード個別の確率的な性質とモード間の依存関係を独立に議論することができる。とくに、モード間の依存関係を調節することで地震動予測結果のバリエーションを制御することができる。提案手法を実際のシナリオ地震動予測地図に適用して、簡易にシナリオ

地震動予測地図を大量に生成できることを確認した。

謝辞：本論の作成に当たっては、防災科学技術研究所様が地震ハザードステーション J-SHIS にて公開しているシナリオ地震動予測地図を利用させて頂いた。記して御礼申し上げる。

引用文献

- 1) M.Yamada, S.Senna, and H.Fujiwara : Statistical Analysis of Ground Motions Estimated on the Basis of a Recipe for Strong-motion Prediction: Approach to Quantitative Evaluation of Average and Standard Deviation of Ground Motion Distribution, *Pure and Applied Geophysics*, Vol.168, No.1, 2010, pp.141-153
- 2) T.Maeda, N.Morikawa, A.Iwaki, S.Aoi, and H.Fujiwara : Finite-difference simulation of long-period ground motion for the Nankai Trough megathrust earthquakes, *Journal of Disaster Research*, Vol.8, No.5, 2013, pp.912-925
- 3) 能島暢呂、久世益充、LE QUANG DUC : シナリオ地震動予測地図の特異値分解によるモード分解と地震動分布のシミュレーション、日本地震工学会論文集、第 18 巻、第 2 号、2018 年、pp.95-114
- 4) 能島暢呂、久世益充、高橋幸宏 : シナリオ地震動予測地図のモード分解による予測震度分布の空間相関特性の分析、日本地震工学会論文集（報告）、第 19 巻、第 1 号、pp.1_121-1_135、2019 年
- 5) M.Reed and B.Simon : *Methods of Modern Mathematical Physics, I: Functional Analysis*, Academic Press Inc., 1980
- 6) H.Brezis : *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, New York, 2010
- 7) M.Kaut : A copula-based heuristic for scenario generation, *Computational Management Science*, Vol.11, No.4, 2014, pp.503-516
- 8) K.Goda and S.Tesfamariam : Multi-variate seismic demand modelling using copula: Application to non-ductile reinforced concrete frame in Victoria, Canada, *Structural Safety*, Vol.56, 2015, pp.39-51
- 9) Y.Fukutani, S.Moriguchi, K.Terada, T.Kotani, Y.Otake, and T.Kitano : Tsunami hazard and risk assessment for multiple buildings by considering the spatial correlation of wave height using copula, *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, Vol.19, 2019, pp.2619-2634
- 10) C.Cottin and D.Pfeifer : From Bernstein polynomials to Bernstein copulas, *Journal of Applied Functional Analysis*, Vol.9, 2014, pp.277-288