海洋分野におけるデータ同化の手法の整理と ROMS による 4 次元変分法を用いた高潮計算事例の紹介

小林　諒也[i]，坂本　大樹[ii]，眞鍋　尚[iii]

An introduction of methods for data assimilation in ocean engineering and case study of storm surge calculation using ROMS with 4D-VAR

Ryoya Kobayashi, Daiki Sakamoto, Takashi Manabe

現実世界を模した計算モデルによるシミュレーションに，リアルタイムな実測データを利用して高精度化する「デジタルツイン」と呼ばれるソリューションへの需要が様々な分野で昨今高まっているが，気象・海洋分野においては他分野に先行する形で「データ同化」という手法が研究されてきた．本論では需要の高まるデータ利活用の手段を調査する目的でデータ同化の手法の整理を行うと共に，海洋シミュレーションモデル ROMS を用いたデータ同化高潮計算を行った事例を紹介する．

(キーワード): データ同化，4 次元変分法 ,ROMS ,高潮

1　はじめに

デジタルツインという言葉がよく聞かれるように，現実世界を模した計算モデルを，実測データを用いて高精度化するソリューションへの需要が近年になり高まっている．これらの背景として，技術的には以下の 2 点が考えられる．1 点目は IoT 機器等の計測機器の進歩により，観測データの広範囲，高密度化が進んだ点である．2 点目は計算機の進歩により，高精度で負荷の高い計算が可能となったことでシミュレーションの適用範囲が広がった点である．

一方で気象，海洋分野においては，他分野に先行して，計算モデルを用いた数値予報に観測データを組込むことで計算精度を上げる「データ同化」といわれる手法が研究されてきた．背景として，気象・海洋分野では広大なスケールの計算が求められるため，計算負荷の観点から計算モデルの時空間解像度が粗くなる傾向がある．結果として，初期値，境界値の適切な設定が難しく，局所的な現象を再現しにくいため，観測データを用いてその課題を克服する研究が進められてきた．更に近年ではデータ同化の利用可能性を CAE などの他分野で検討されるようになってきている [1)].

データ同化の手法は，古典的な手法と現代的な手法に分けられ，古典的な手法としては，観測値を直接シミュレーションの状態変数に挿入する直接挿入，状態変数と観測値の差分を緩和項としてシミュレーションの時間発展に加えるナッジングなどが挙げられる．一方で，現代的な手法としては，統計的な推定に基づく変分法やカルマンフィルタ，粒子フィルタといった手法が挙げられ，今日でも数値予報に用いられている．特にアンサンブルカルマンフィルタや 4 次元変分法によるデータ同化は現行の気象予報の予測システムに導入されており，その有用性は高い．

本論では数値シミュレーションに対する観測データの利活用方法として，代表的なデータ同化の手法をまとめるとともに，令和元年台風 19 号を対象として，海洋シミュレーションモデル「ROMS」[2)]の 4 次元変分法を用いたデータ同化機能を利用して高潮計算を行った事例について記載する．

[i] サイエンスソリューション部　先進技術システムチーム　コンサルタント
[ii] サイエンスソリューション部　先進技術システムチーム　主任コンサルタント
[iii] サイエンスソリューション部　先進技術システムチーム　次長　博士（工学）

表 1　データ同化手法の一覧

項目	誤差発展	内容
最適内挿法	静的	最小分散推定によりモデルと観測の重みづけ平均を取る手法
3 次元変分法		最尤推定による評価関数を最小化する手法
4 次元変分法	動的	一定期間内全ての観測を一度に評価する評価関数を用いる手法
カルマンフィルタ		逐次的に観測値を同化していく手法
アンサンブルカルマンフィルタ		誤差分布の見積にアンサンブル計算による近似を用いる手法
粒子フィルタ		誤差分布を粒子に近似し，尤度計算を行う手法

2　データ同化の手法

本項では先に述べた，統計的な推定に基づいたデータ同化手法について，樋口 [3](2005), 淡路ら [4](2008), 露木，川畑 [5](2008)，などを参考に記述する．更に ROMS で使用されている 4 次元変分法についても記述する．

2.1　静的な手法と動的な手法

データ同化とは，シミュレーションモデルによる状態量と，観測値がそれぞれ得られている場合に，その両者を使用してより確からしい状態量を推定する手法である．なお，シミュレーションモデルによる状態量および観測値は必ずしも実際の値（真値）と同じになるとは限らない．その為予報モデル等に使われている同化手法では，シミュレーション，観測それぞれの誤差量を見積もり，モデルに組み込んでいる．

手法について分類を行うと，データ同化には，誤差の時間発展を考慮せず，計算負荷が軽い静的な手法と，誤差の時間発展を考慮する精度の高い動的な手法が存在する．両者について，その代表的な手法を表 1 にまとめる．今日では，気象庁の全球解析のような予測シミュレーションには主に動的な手法が用いられている [6]. 一方で静的な手法についてはその計算負荷の軽さから，毎時大気解析など，迅速な処理が求められる解析に用いられている．本論では**表 1** に示す各手法について，詳細を記載する．

2.2　最適内挿法

最適内挿法は線形最小分散推定に基づいた手法であり，同時刻の観測値yとシミュレーションモデルの状態量$\mathrm{x^b}$の誤差共分散行列をR，Bとした時，解析値$\mathrm{x^a}$を式(1)のように定めて重みづけ平均を行う．

$$\mathrm{x^a = x^b + BH^T(R + HBH^T)^{-1}(y - Hx^b)} \quad \textbf{(1)}$$

ただし，Hはシミュレーションモデルの状態量と観測値を対応させる行列であり，観測行列という．物理量が同種の場合，観測行列はシミュレーションモデルの状態量の，観測地点への空間内挿となる．H は線形である必要があるので，シミュレーションモデルの状態量と別種の観測値を同化する場合は，その関係が線形である必要がある．

2.3　3 次元変分法

ある時刻 t に対して，シミュレーションモデルの状態量$\mathrm{x_t^b}$と観測値$\mathrm{y_t}$が得られている時，真の状態量$\mathrm{x_t}$の条件付き確率密度分布$p(x_t|x_t^b, y_t)$はベイズの定理より式(2)で表される．

$$p(\mathrm{x_t}|\mathrm{x_t^b},\mathrm{y_t}) = \frac{p(\mathrm{x_t^b}|\mathrm{x_t})p(\mathrm{y_t}|\mathrm{x_t})p(\mathrm{x_t})}{p(\mathrm{x_t^b},\mathrm{y_t})} \quad \textbf{(2)}$$

変分法では，最尤法に基づき$p(\mathrm{x_t}|\mathrm{x_t^b},\mathrm{y_t})$を尤度関数として，$\mathrm{x_t}$の最尤推定値を求める．これは解析値の条件付き確率密度分布をガウス分布と仮定すると，式(3)に示す関数$\mathrm{J(x_t)}$の最小化に帰着する．

$$\mathrm{J(x_t)} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{x_t - x_t^b}\right)^{\mathrm{T}}\mathrm{B^{-1}}\left(\mathrm{x_t - x_t^b}\right) + \frac{1}{2}H_t(\mathrm{x_t}) - \mathrm{y_t})^{\mathrm{T}}\mathrm{R_t}^{-1}(H_t(\mathrm{x_t}) - \mathrm{y_t}) \quad \textbf{(3)}$$

ただし，$H_t(\mathrm{x_t})$は観測演算子と呼ばれる，最適内挿法における H に相当する演算子である．J の最小化の際には，$H_t(\mathrm{x_t})$のヤコビ行列 H を用いて，式(4)の評価関数の勾配$\nabla\mathrm{J(x_t)}$が 0 となるx_tを求める．

$$\nabla \mathrm{J}(\mathrm{x}_t) = \mathrm{B}^{-1}\left(\mathrm{x}_t - \mathrm{x}_t^{\mathrm{b}}\right) + \mathrm{H}^{\mathrm{T}}{\mathrm{R}_t}^{-1}\left(H_t(\mathrm{x}_t) - \mathrm{y}_t\right) \quad \textbf{(4)}$$

観測演算子$H_t(\mathrm{x}_t)$が線形である必要がないので，観測値とシミュレーションモデルの関係が線形でなくても同化できるが，後述の動的手法と比較すると，時間変化を考慮しないため，精度が落ちる．観測演算子が線形かつ，誤差がガウス分布に従う場合，最適内挿法と同じ結果が得られる．

2.4 状態空間モデル

シミュレーション，観測ともに誤差が生じる系について，時刻歴の発展を定式化すると，数値シミュレーションによる状態量x_tの時間発展をM_t，状態と観測値y_tの対応関係をH_tとして，式(5)のような状態空間モデルとして記述できる．

$$\begin{aligned} \mathrm{x}_{t+1} &= M_t(\mathrm{x}_t) + v_t \\ \mathrm{y}_t &= H_t(\mathrm{x}_t) + w_t \end{aligned} \quad \textbf{(5)}$$

ただし，v_t，w_tはそれぞれシミュレーションモデルによる時間発展，観測に伴う誤差項である．前述の通り，真の状態であるx_tを知ることはできないため，この 2 式を用いて，x_tを推定するためには何らかの近似が必要になる．次節ではその手法を述べる．

2.5 カルマンフィルタ

状態の予測に過去の時刻の解析値$\mathrm{x}_{t-1}^{\mathrm{a}}$を用いる手法として，カルマンフィルタが存在する．カルマンフィルタの時刻 t の状態の予測値$\mathrm{x}_t^{\mathrm{f}}$は式(6)のように表される．

$$\mathrm{x}_t^{\mathrm{f}} = \mathrm{M}_t(\mathrm{x}_{t-1}^{\mathrm{a}}) \quad \textbf{(6)}$$

解析値$\mathrm{x}_t^{\mathrm{a}}$は予測値$\mathrm{x}_t^{\mathrm{f}}$と観測値$\mathrm{y}_t$を用いて式(7)として，カルマンゲインと呼ばれる重みK_tで観測値と予測値を加重平均して算出する．

$$\mathrm{x}_t^{\mathrm{a}} = \mathrm{x}_t^{\mathrm{f}} + \mathrm{K}_t(\mathrm{y}_t - H_t(\mathrm{x}_t^{\mathrm{f}})) \quad \textbf{(7)}$$

重みK_tは$\mathrm{x}_t^{\mathrm{a}}$の誤差分散が最も小さくなるように設定する．状態モデルが線形，誤差がガウス分布に従うとすると，$\mathrm{x}_t^{\mathrm{f}}$，$\mathrm{y}_t$の条件付き確率密度分布はそれぞれ式(8)，式(9)となる．ただし，$\mathrm{P}_t^{\mathrm{f}}$，$\mathrm{R}_t$はそれぞれの誤差共分散行列であり，$M_t$を線形化した$\mathrm{M}_t$を用いて式(10)のように更新する．

$$p(\mathrm{x}_t^{\mathrm{f}}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}|\mathrm{P}_t^{\mathrm{f}}|^{\frac{1}{2}}} \times \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\mathrm{x}_t - \mathrm{x}_t^{\mathrm{f}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\mathrm{P}_t^{\mathrm{f}}\right)^{-1}\left(\mathrm{x}_t - \mathrm{x}_t^{\mathrm{f}}\right)\right] \quad \textbf{(8)}$$

$$p(\mathrm{y}_t) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{m}{2}}|\mathrm{R}_t|^{\frac{1}{2}}} \times \exp\left[-\frac{1}{2}\left(H(\mathrm{x}_t) - \mathrm{y}_t\right)^{\mathrm{T}}(\mathrm{R}_t)^{-1}\left(H(\mathrm{x}_t) - \mathrm{y}_t\right)\right] \quad \textbf{(9)}$$

$$\mathrm{P}_t^{\mathrm{f}} = \mathrm{M}_t\mathrm{P}_{t-1}^{\mathrm{a}}\mathrm{M}_t^{\mathrm{T}} \quad \textbf{(10)}$$

この時カルマンゲインは$H_t(\mathrm{x}_t^{\mathrm{f}})$を$\mathrm{x}_t^{\mathrm{f}}$まわりで線形化した$\mathrm{H}_t$を用いて式(11)のように表される．

$$\mathrm{K}_t = \mathrm{P}_t^{\mathrm{f}}\mathrm{H}_t^{\mathrm{T}}(\mathrm{R}_t + \mathrm{H}_t\mathrm{P}_t^{\mathrm{f}}\mathrm{H}_t^{\mathrm{T}})^{-1} \quad \textbf{(11)}$$

カルマンゲインは観測値の誤差共分散と，予測値の誤差共分散の重み付け平均を取っている．

カルマンフィルタは観測値を毎ステップ同化していくため，逐次的な修正を行うことができるが，カルマンゲインを得る為には，毎ステップ式(10)を計算する必要がある．これはモデルの自由度を n としたとき，$\mathrm{P}_t^{\mathrm{f}}$は n×n の行列となるため，数値モデルの時間発展を 2n 回行う必要があり，現実的ではない．そのため，誤差の見積を近似的に表現する際には異なる手法が必要となる．また，$\mathrm{P}_t^{\mathrm{f}}$を計算する際にモデルを線形化しているため，非線形問題に適用する際には注意が必要である．

2.6 アンサンブルカルマンフィルタ

カルマンフィルタはガウス分布を仮定して，シミュレーションの誤差推定には最小分散推定による予測値を用いていたが，アンサンブルカルマンフィルタは，状態x_tの確率密度分布を多数のメンバによって近似表現し，それぞれを時間発展させていく手法である．x_tの一期先予測（1 ステップ先の予測）は式(12)，フィルタ分布は式(13)のように表される．

$$p(\mathrm{x}_t|\mathrm{y}_{1:t-1}) = \int p(\mathrm{x}_t|\mathrm{x}_{t-1})p(\mathrm{x}_{t-1}|\mathrm{y}_{1:t-1})\mathrm{d}\mathrm{x}_{t-1} \quad \textbf{(12)}$$

$$p(\mathrm{x}_t|\mathrm{y}_{1:t}) = \frac{p(\mathrm{y}_t|\mathrm{x}_t)p(\mathrm{x}_t|\mathrm{y}_{1:t-1})}{p(\mathrm{y}_t|\mathrm{y}_{t-1})} \quad \textbf{(13)}$$

アンサンブルカルマンフィルタでは, メンバ数をNとした時, デルタ関数δを用いて一期先予測とフィルタ分布の確率密度分布をそれぞれ式(14), 式(15)のように近似する. そして摂動を加えた多数のメンバをそれぞれ式(16)のように時間発展させることで, 密度分布自体の時間発展を表現する. その後, アンサンブル平均を取ることで誤差共分散行列$\overline{P_t^f}$を式(17)のように近似し, 式(18)のようにカルマンゲインを算出する.

$$p(\mathrm{x_t}|\mathrm{y_{1:t-1}}) \cong \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta(\mathrm{x_t}-\mathrm{x_t^{f(i)}}) \tag{14}$$

$$p(\mathrm{x_t}|\mathrm{y_{1:t}}) \cong \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta(\mathrm{x_t}-\mathrm{x_t^{a(i)}}) \tag{15}$$

$$\mathrm{x_{t+1}^{f(i)}} = M_\mathrm{t}\left(\mathrm{x_t^{a(i)}}\right) + v_{t+1} \tag{16}$$

$$\overline{\mathrm{P_t^f}} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\mathrm{x_t^{f(i)}}-\overline{\mathrm{x_t^f}})(\mathrm{x_t^{f(i)}}-\overline{\mathrm{x_t^f}})^\mathrm{T} \tag{17}$$

$$\overline{\mathrm{K_t}} = \overline{\mathrm{P_t^f}}\mathrm{H_t^T}(\overline{\mathrm{R_t}}+\mathrm{H_t}\overline{\mathrm{P_t^f}}\mathrm{H_t^T})^{-1} \tag{18}$$

ただし, $\overline{\mathrm{R_t}}$は観測値の観測値についてシミュレーションモデルと同様にアンサンブルメンバを用いた近似表現を用いた時の共分散行列である.

各メンバiの解析値$\mathrm{x_t^{a(i)}}$は式(19)を用いて表される.

$$\mathrm{x_t^{a(i)}} = \mathrm{x_t^{f(i)}} + \overline{\mathrm{K_t}}(\mathrm{y_t}^{(i)} - H_t\left(\mathrm{x_t^{f(i)}}\right)) \tag{19}$$

誤差共分散行列の計算コストを, 10^5～10^7程度のオーダーから10^2程度のアンサンブルメンバ数のオーダーまで減らし, 更に元々の分布形状がガウス分布でなくても近似的に表現することが可能となる.

2.7 粒子フィルタ

粒子フィルタはアンサンブルカルマンフィルタと同様に, 式(14)を用いて一期先予測の確率密度分布をアンサンブルメンバとして近似表現した上で, カルマンゲインではなく各粒子の尤度を計算し, 確率密度分布の時間発展を計算する手法である. なお粒子フィルタでは, それぞれのメンバのことを粒子と呼ぶ. 具体的には, 式(16)より粒子を時間発展させ, 観測値の確率密度分布$p(\mathrm{y_t}|\mathrm{x_t^{f(i)}})$を尤度関数として, 各粒子の尤度の合計値を 100%とした重み$w_t^{(i)}$を式(20)のように計算する.

$$w_t^{(i)} = \frac{p(\mathrm{y_t}|\mathrm{x_t^{f(i)}})}{\sum_{j=1}^{N}p(\mathrm{y_t}|\mathrm{x_t^{f(j)}})} \tag{20}$$

その後, それぞれの重みを基に粒子を復元抽出し, 式(21)のように確率密度分布を更新する.

$$p(\mathrm{x_t}|\mathrm{y_{1:t}}) \cong \sum_{i=1}^{N} w_t^{(i)}\delta(\mathrm{x_t}-\mathrm{x_t^{a(i)}}) \tag{21}$$

尤度関数を計算することから, 分布関数の形状がガウス分布から大きく離れていても同化が可能な手法であるが, 尤度の比に応じて復元抽出を行うことから, 特定の値の数が増え, 分布を正確に表現できなくなる「退化」が問題になる. これを避けるためには粒子の数を多くする必要があるが, 海洋分野においては数値モデルの自由度を考えると, 計算量の観点から適用が難しい手法である. 一方で水文学分野などでは研究が盛んである[7].

2.8 4 次元変分法

カルマンフィルタ, 粒子フィルタでは時刻 t の状態推定をする際に, 同時刻の観測値y_tと, 時刻 t-1 までの情報を基にした予測値を使用していたが, 4 次元変分法では, 一定の期間 0<t<T の時刻 t に対し, 0～T の時刻の観測値全てを使用し, 期間内の全ての状態を一度に推定する. この期間のことを同化ウィンドウという. 具体的には, 3 次元変分法において用いた評価関数式(3)を時間方向に拡張し, 式(22)とする.

$$\begin{aligned}\mathrm{J(x_0)} &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{x_0}-\mathrm{x_0^b}\right)^\mathrm{T}\mathrm{B^{-1}}\left(\mathrm{x_0}-\mathrm{x_0^b}\right)\\ &+\tfrac{1}{2}\textstyle\sum_{\mathrm{i=0}}^{\mathrm{n}}(H_\mathrm{i}(\mathrm{x_i})-\mathrm{y_i})^\mathrm{T}\mathrm{R_i}^{-1}(H_i(\mathrm{x_i})-\mathrm{y_i})\end{aligned} \tag{22}$$

特に 4 次元変分法では, モデルの時間発展を式(23)とするため, 式の右辺第一項のシミュレーションモデルの誤差項については, タイムステップごとに評価を行う必要がなく, 同化の初期時刻のみでよい.

$$\mathrm{x_t} = M_\mathrm{t}(\mathrm{x_{t-1}}) \tag{23}$$

そのため, 式(22)を$\mathrm{x_0}$について最小化することで, 同化後の解析初期値を得る. 評価関数の勾配$\nabla\mathrm{J(x_0)}$は式

(24)～式(26)のように表される．

$$\nabla \mathrm{J}(\mathrm{x}_0) = \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial \mathrm{x}_0} + \sum_{t=0}^{T} \mathrm{M}_0^{\mathrm{T}} \mathrm{M}_1^{\mathrm{T}} \mathrm{M}_2^{\mathrm{T}} \ldots \mathrm{M}_{i-1}^{\mathrm{T}} \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial \mathrm{x}_t} \tag{24}$$

$$\frac{\partial \mathrm{J}}{\partial \mathrm{x}_0} = \mathrm{B}^{-1}(\mathrm{x}_0 - \mathrm{x}_0^{\mathrm{b}}) + \mathrm{H}_t{}^{\mathrm{T}} \mathrm{R}_t{}^{-1} (H_0(\mathrm{x}_0) - \mathrm{y}_0) \tag{25}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathrm{x}_t} = \mathrm{H}_t{}^{\mathrm{T}} \mathrm{R}_t{}^{-1} (H_t(\mathrm{x}_t) - \mathrm{y}_t) \tag{26}$$

ただしM_t，H_tはそれぞれ$M_t(\cdot)$，$H_t(\cdot)$のヤコビ行列であり，接線形(Tangent Linear)演算子と呼ばれる．M_tの転置はその随伴(Adjoint)行列であり，式(24)に示す評価関数の勾配を計算する際に随伴行列を作用させることから，4 次元変分法は Adjoint 法とも呼ばれる．**図 1** に 4 次元変分法の一連の流れを示す．

実際に計算を行う際には，評価関数の計算には接線形モデルを用いた時間方向の順発展計算を行い，評価関数の勾配を求める際には逆発展させるため，時間項を行き来するような反復計算を行うことになる．このため，反復回数のオーダーで計算が必要となり，計算負荷が大きい点が課題である．一方で，同化ウィンドウ内の時間発展がモデルの時間発展に従うため，力学的にバランスした解析値を得やすい，同化ウィンドウ内全ての観測に近い解析値を得られる，等の利点があることから，気象庁は 4 次元変分法を用いたデータ同化による予報モデルを運用している．

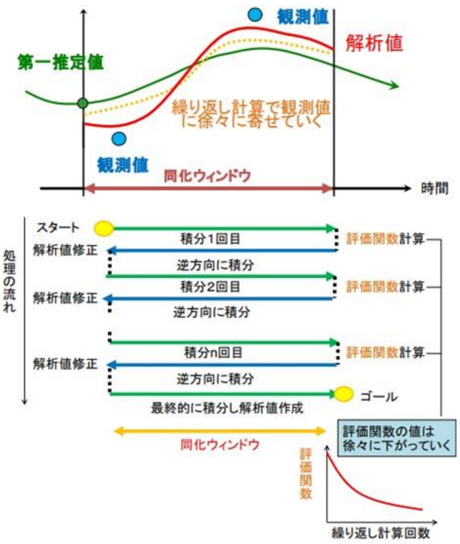

図 1　4 次元変分法の評価関数計算（気象庁 6)）

2.9　ROMS の 4 次元変分法

領域海洋モデル「ROMS」はプリミティブ方程式を基礎方程式とした海洋シミュレーションモデルであり，海洋の物質拡散計算や海面水位の経年変動計算，台風による高潮計算など，様々な用途に利用されている．オープンソースのプロジェクトで機能性が高く，本論で使用しているように 4 次元変分法のモジュールが組み込まれている．ここでは検証に使用した ROMS の 4 次元変分法アルゴリズムについて示す．ROMS では評価関数の計算にインクリメント法を用いておいる．これは式(22)について$\delta \mathrm{x}_0 \ll \mathrm{x}_0$となるよう第一変分を取ることで，式(27)のように表される．

$$\mathrm{J}(\delta \mathrm{x}_0) = \frac{1}{2} \delta \mathrm{x}_0{}^{\mathrm{T}} \mathrm{B}^{-1} \delta \mathrm{x}_0 + \frac{1}{2} \textstyle\sum_{\mathrm{t}=0}^{\mathrm{n}} (\mathrm{H}_\mathrm{t} \delta \mathrm{x}_\mathrm{t} - \mathrm{d}_\mathrm{t})^{\mathrm{T}} \mathrm{R}_\mathrm{t}{}^{-1} (\mathrm{H}_\mathrm{t} \delta \mathrm{x}_\mathrm{t} - \mathrm{d}_\mathrm{t}) \tag{27}$$

ただし，d_tは式(28)で表される，時刻 t における第一推定値と観測値の差であり，イノベーションと呼ばれる．

$$\mathrm{d}_\mathrm{t} = \mathrm{y}_\mathrm{t} - H_t(\mathrm{x}_\mathrm{t}^{\mathrm{b}}) \tag{28}$$

観測値シミュレーションモデルM_t，観測演算子H_tを線形化することで計算負荷を低減する．更に，制御変数に開境界条件b_tと風応力f_tを加えると，モデル時間発展は$\mathrm{x}_\mathrm{t} = M(\mathrm{x}_{\mathrm{t}-1}, \mathrm{b}_t, \mathrm{f}_\mathrm{t})$と記述できる．

初期時刻の物理量x_0，各時刻の開境界条件b_t，表面外力f_tをひとまとめのベクトルとして，制御変数 z を式(29)のように定義する．この時，評価関数は式(30)のように表される．

$$z = [\mathrm{x}_0, (\mathrm{b}_0, \mathrm{b}_1 \ldots \mathrm{b}_\mathrm{T}), (\mathrm{f}_0, \mathrm{f}_1 \ldots \mathrm{f}_\mathrm{T})] \tag{29}$$

$$J(\delta z) = \frac{1}{2} \delta z^T \mathrm{B}^{-1} \delta z + (\mathrm{HM}\delta z - d)^T \mathrm{R}^{-1} (\mathrm{HM}\delta z - d) \tag{30}$$

制御変数δzは物理量の数×水平メッシュ数×鉛直メッシュ数の次元のベクトルであり，δzの誤差共分散行列 B の次元はδzの次元の 2 乗である．そのため，ROMS では評価関数を計算する際の計算負荷を減らすため，B を計算する際に，メッシュの水平相関($\mathrm{L}_\mathrm{h}^{1/2}$)，鉛直相関($\mathrm{L}_\mathrm{v}^{1/2}$)，制御変数から状態変数への変換を行う演算子 C と，誤差の標準偏差の係数行列Σに分解

し，スパースな行列に置き換えている．演算子 C の算出の流れを式(31),(32)に示す．

$$B = \Sigma C \Sigma^{T} \quad \textbf{(31)}$$

$$C = \Lambda L_v^{1/2} L_h^{1/2} W^{-1} L_v^{T/2} L_h^{T/2} \Lambda^{T} \quad \textbf{(32)}$$

ただし W はグリッドごとの容積を示す対角行列であり，Λは C のノルムを 1 とするための標準化係数行列である．水平，鉛直の相関$L_h^{1/2}$，$L_v^{1/2}$は拡散方程式に基づいたモデル化を行っている．ROMS での背景誤差共分散行列 B の入力には，シミュレーションモデルの共分散行列を入力するため，C を計算する為の準備計算(ノーマライズ)が同化の前に必要となる．計算フローの模式図を**図 2** に示す．

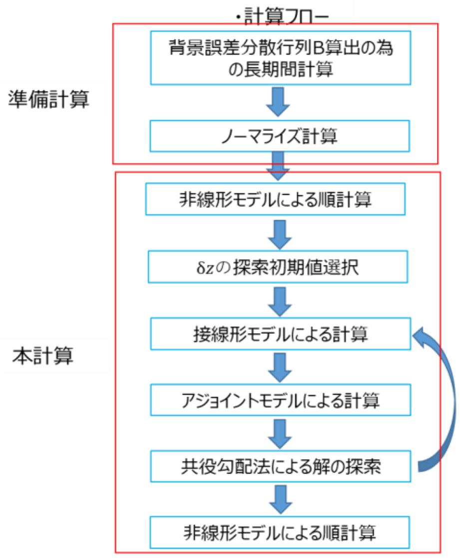

図 2　ROMS によるデータ同化計算

3　4 次元変分法による高潮計算

本項では実際に ROMS の 4 次元変分法を用いた計算を紹介する．

3.1　計算対象

大雨による浸水被害等で大きな被害をもたらした 2019 年台風 19 号，地域は東京湾を対象とした．台風が東京湾に近づいた 2019 年 10 月 12 日 3 時～2019 年 10 月 13 日 3 時の 24 時間について，台風による風の強さを海面応力の形で表面強制力として与え，潮位偏差の計算を行った．

3.2　計算地形

図 3，**表 2** に示す通り，4 段階のネスティングを行い，第 1～第 3 までの外領域の計算を行った後に，その結果を境界条件として与える形で第 4 領域の計算を行った．水平メッシュ数は表 2 に示すとおりとし，鉛直層は 3 層とした．

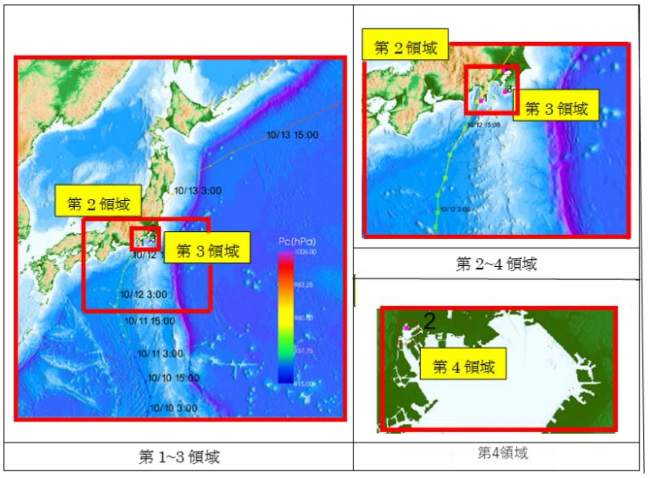

図 3　計算領域

表 2　計算条件

	南西端		北東端		水平メッシュ数		時間刻み
	緯度	経度	緯度	経度	X方向	Y方向	(s)
第1領域	100	0	179.75	60	290	240	200
第2領域	134.1	30	144.825	36.5	65	100	40
第3領域	138.28	34.3	140.37	35.85	155	155	10
第4領域	139.721	35.5	140.15	35.7	195	100	5

3.3　強制力

強制力には，気象庁 GPV の GSM，MSM データ [8)] から得た風場データから傾度，緯度方向の海面せん断応力τ_λ^s，τ_θ^sを式(33)，式(34)から算出して与えた．

$$\tau_\lambda^s = \rho_a C_D W_\lambda \sqrt{W_\lambda{}^2 + W_\theta{}^2} \quad \textbf{(33)}$$

$$\tau_\theta^s = \rho_a C_D W_\theta \sqrt{W_\lambda{}^2 + W_\theta{}^2} \quad \textbf{(34)}$$

ただし，ρ_aは空気の密度，W_λ，W_θは経度，緯度方向の海上 10m 風速を示す．またC_Dは海面抵抗係数であり海上 10m 風速をU_{10}として式(35)に示す本多・光易の式 [9)] で与えた．

$$C_D = \begin{cases} (1.29 - 0.024U_{10}) \times 10^{-3} & (U_{10} < 8\,m/s) \\ (0.581 + 0.063U_{10}) \times 10^{-3} & (U_{10} \geq 8\,m/s) \end{cases} \quad \textbf{(35)}$$

3.4 使用した観測値

今回は試験的な計算として，観測値には，計算領域に含まれている気象庁の東京湾（N35° 39′ E139° 46′）毎時潮位偏差データを用いた．

3.5 計算結果

表 3 に示す 3 通りの計算を行った．比較項目としては，同化時間幅を 3 時間と 24 時間としたケースと，3 時間の同化時間幅を保ちながら観測値の測定誤差を 0.01m から 0.03m にした場合の変化を調べた．

表 3　計算ケースと観測値との RMSE

ケース番号	同化ウィンドウ(h)	観測誤差(m)	RMSE(m)	同化前からの改善
1	24	0.01	0.16	0.008
2	3		0.13	0.041
3		0.03	0.12	0.044
同化前	-	-	0.17	-

観測地点における同化前後の時系列変化を**図 4** に，観測値と同化前の計算値の差が比較的大きかった 10/12 の 3 時，15 時，21 時の 3 つの時刻について，ケース毎の潮位偏差の平面分布図を**図 5** に示す．表 3 の同化前後の観測値との RMSE(二乗平均平方根誤差)を見ると，同化時間幅 3 時間と短く取った時に，大きく観測値に近づいている．時系列図を見ると，同化時間幅を 24 時間とした場合は同化前の計算から上にシフトするような変化が起きており，3 時間とした場合は，それぞれの観測値に逐次近づいていくような変化が起きている．特に，もともと観測値とシミュレーションではピークの時刻など，位相が 2~3 時間ずれているように見えるが，24 時間を一度に同化した場合では位相ずれの修正には至らなかった．

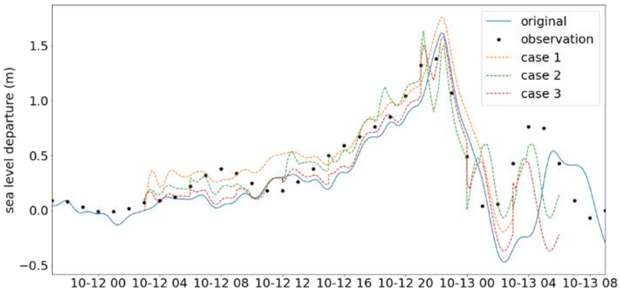

図 4　観測地点における時系列

また，観測誤差を大きくした場合は，同化後の解析値が，同化前のシミュレーションモデルの値により近づいていることがわかる．この傾向は平面分布図を見ても同じように確認できる．

一方で，いずれのケースでも同化により観測値に大幅に寄せるような，期待される結果とはなっていない．これについては，同化地点が 1 点のみであること，計算が 5 秒間隔で行われているのに対して同化のインターバルが 1 時間ととても長いこと等が理由として考えられる．また，同化地点も流入境界から離れた湾奥であることから，境界値の修正に効果が薄かった可能性がある．他の座標のデータや流速値など別種のデータを追加した場合の影響調査については次の機会としたい．

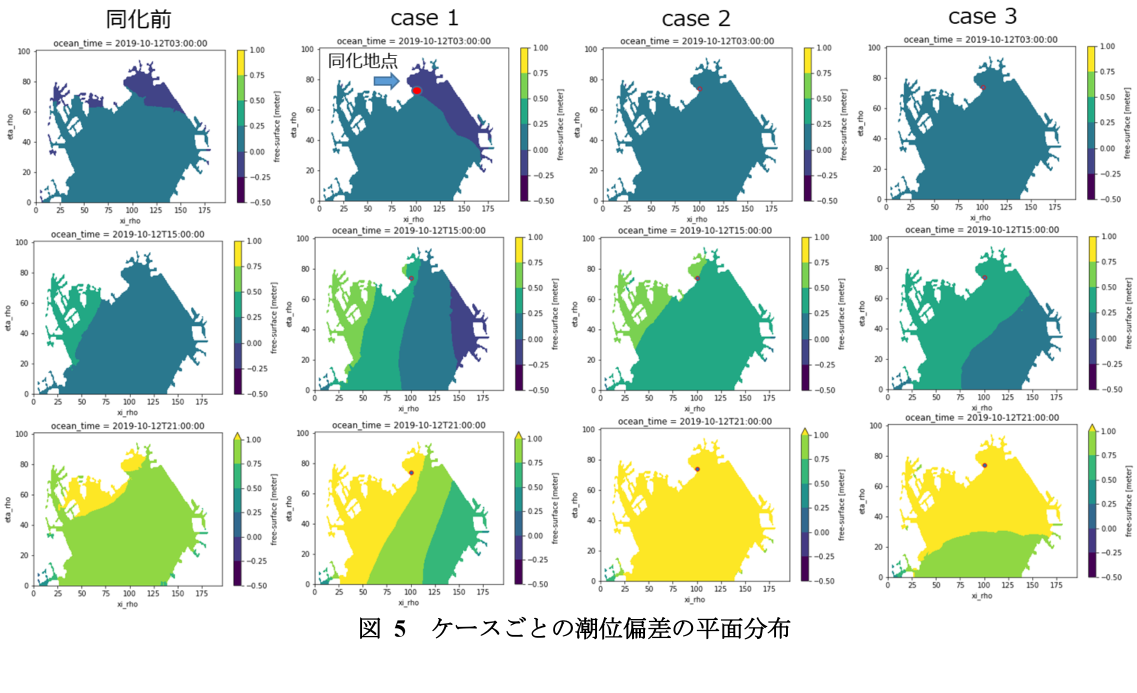

図 5　ケースごとの潮位偏差の平面分布

4　終わりに

本論では，海洋分野におけるデータ同化手法の一通りの紹介と，領域海洋モデル ROMS を用いた 4 次元変分法による高潮計算の事例を紹介した．

今後海洋分野も含めた当社の得意とする領域において，データ同化などのシミュレーションに対するデータの利活用を進めていき，観測データとシミュレーションを融合させたリアルタイムな災害予測などに繋げていきたい．

引 用 文 献

1) 大林茂，三坂孝志，加藤博司，菊池亮太：データ同化流体科学 流動現象のデジタルツイン，共立出版，2021
2) Di Lorenzo, E., A. M. Moore, H. G. Arango, B. D. Cornuelle, A. J. Miller, B. Powell, B. S. Chua, and A. F. Bennett : Weak and strong constraint data assimilation in the inverse Regional Ocean Modeling System (ROMS): Development and application for a baroclinic coastal upwelling system, *Ocean Modelling* 16 (2007)160–187
3) 樋口知之 : 解説　粒子フィルタ,電気情報通信学会誌 第 88 巻 12 号(2005)989-994
4) 淡路敏之，蒲池政文,池田元美,石川洋一 : データ同化　観測・実験とモデルを融合するイノベーション，京都大学学術出版会，2008
5) 露木義，川畑拓矢 : 気象研究ノート　第 217 号　気象学におけるデータ同化，日本気象学会,2008
6) 気象庁刊行物・レポート　第 3 章データ同化(https://www.jma.go.jp/jma/kishou/books/nwptext/45/1_chapter3.pdf)，（参照 2023-10-31）
7) 中村要介，小池俊雄，阿部紫織，中村和幸，佐山敬洋，池内幸司 : 粒子フィルタを適用した RRI モデルによる河川水位予測技術の開発，土木学会論文集 B1，第 74 巻 5 号(2018)381-386.
8) 気象業務支援センター(http://www.jmbsc.or.jp/jp/),2023/10/31
9) 本多忠夫，光易恒：水面に及ぼす風の採用に関する実験的研究，第 27 回海岸工学講演会論文集(1980)90-93