

## 【論文】

# 数値波動水路の開発

秋山実\*，浜野明千宏\*

四方を海に囲まれた国に住む我々にとって，海岸域における波の伝播・変形は最も身近で，かつ，最も重要な流動現象の一つである．海岸域における波浪場の数値解析では，砕波や越波等の複雑な強非線形問題を表現可能であることおよび計算機パワーの飛躍的な増大から，近年，Navier-Stokes 方程式を直接取り扱う手法の研究が盛んである．

このような背景の下，平成10年4月に学・官・産の会員からなる「数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会」が発足し，水理模型実験の補完を目指し，数値波動水路（Navier-Stokes 方程式に基づく波浪場の数値解析に特化したソフトウェア）の研究・開発を実施している（平成13年3月終了予定）．

本稿では，開発中の数値波動水路の機能，特徴，物理モデル，数値解法，解析事例について報告する．

## 1. はじめに

血管内の血液の流れから大気の大循環まで，CFD（数値流体力学）が対象とする現象は広範に渡る．これらの中でも，四方を海に囲まれた国に住む我々にとって，海岸域における波の伝播・変形は最も身近で，かつ，沿岸開発・防災・環境保全の観点から最も重要な流動現象の一つである．

海岸域における波浪場の数値解析では，その対象とする領域の広さと水深のスケールが極端に異なることから，水深変化に伴う鉛直流速分布を仮定した平面波浪場解析手法やポテンシャル流れを仮定した鉛直2次元解析手法等が用いられる．例えば，鉛直2次元の波浪変形に対しては，非線形ポテンシャルモデルや長波近似モデルを用いて多くの成果があげられており，文献<sup>(1)</sup>に詳しい．しかし，設計の高度化とともに，より複雑な現象の，より詳細なデータを観測する必要性が高まる中で，これらの手法の限界も指摘されている．他方，砕波や越波等の複雑な強非線形問題を表現可能であることおよびパーソナル・コンピュータに代表され

る計算機パワーの飛躍的な増大から，近年，Navier-Stokes 方程式を直接取り扱う手法の研究が盛んである．

このような背景の下，運輸省港湾技術研究所高橋重雄室長の呼びかけにより，平成10年4月に学・官・産の会員からなる「数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会（委員長：東京大学磯部雅彦教授）」<sup>(2)</sup>が発足し，水理模型実験の補完を目指し，数値波動水路（Navier-Stokes 方程式に基づく波浪場の数値解析に特化したソフトウェア）の研究・開発を実施している．研究期間は3年（平成13年3月終了）を予定しており，以下の2つの研究を柱としている．

- ・数値波動水路の開発に関する研究  
数値波動水路に必要な機能および技術に関する検討を行い，開発を行う．数値波動水路のプラットフォームはパーソナル・コンピュータとし，研究会会員が独自の改良や拡張を容易に行えるよう，可読性の高いソフトウェアとする．
- ・耐波設計への適用に関する研究  
開発した数値波動水路の耐波設計への適用性を検討し，問題点を明らかにするとともに改良・拡張を行い，その適用性を高める．また，利用上のノウハウ等を蓄積する．

\*解析技術第2部

当社は本研究会の準備段階から参加し、事務局およびソフトウェアの開発を担当している。

本稿では、開発中の数値波動水路の機能、特徴、物理モデル、数値解法、解析事例について報告する。

造波モデルとして、造波境界および造波ソースの2つを採用する

無反射モデルとして、Sommerfeldの放射境界とエネルギー減衰帯の2つを採用する

## 2. 数値波動水路の機能と特徴

数値波動水路の機能一覧を表2.1に示す。数値波動水路の特徴は次のとおりである。

自由表面が多価関数（砕波等）となる複雑な流れを解析対象とする

2次元非圧縮性流体のNavier-Stokes方程式と連続の式を基礎方程式とする

自由表面解析モデルにVolume of Fluid法<sup>(3)</sup>（VOF法）を採用する

海底斜面や消波構造物等、複雑な形状を解析対象とする

セル単位で任意の位置に構造物や境界条件を設定可能とする

空隙率と面積透過率を用いて形状近似精度を高める

## 3. 物理モデル

### 3.1 基礎方程式

海岸域における波浪場の解析では、海底斜面や透過性消波構造物等の複雑な形状を取り扱えることが必須となる。このため、数値波動水路の基礎方程式には、ポーラスモデル<sup>(4)</sup>に基づいた以下に示す2次元非圧縮性流体の連続の式およびNavier-Stokes方程式を採用した。

・連続の式

$$\frac{\partial \gamma_x u}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w}{\partial z} = S_\rho \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

・Navier-Stokes方程式

$$\lambda_v \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x u u}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z w u}{\partial z} = -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_e \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_e \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} - D_x u + S_u - R_x \quad \dots (3.2)$$

$$\lambda_v \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x w u}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z w w}{\partial z} = -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_e \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_e \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} - D_z w + S_w - R_z - \gamma_v g \quad \dots (3.3)$$

ここで、 $t$ ：時間、 $x, z$ ：水平、鉛直座標、 $u, w$ ：流速の水平、鉛直成分、 $\rho$ ：密度、 $p$ ：圧力、 $\nu_e$ ：分子動粘性係数と渦動粘性係数の和、 $g$ ：重力加速度、 $\gamma_v$ ：空隙率、 $\gamma_x, \gamma_z$ ：水平、鉛直方向の面積透過率である。 $\nu_v, \nu_x, \nu_z$ は $C_M$ を慣性力係数とすれば次のように表され、右辺第2項が構造物から受ける慣性力の効果となる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_v &= \gamma_v + (1 - \gamma_v) C_M \\ \lambda_x &= \gamma_x + (1 - \gamma_x) C_M \\ \lambda_z &= \gamma_z + (1 - \gamma_z) C_M \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

$D_x, D_z$ はエネルギー減衰帯のための係数、 $S, S_u, S_w$ は造波ソースのためのソース項であり、後述する。また、 $C_D$ を抵抗係数として、多孔質体からの抵抗力 $R_x, R_z$ は、次のように流速の2乗に比例する形でモデル化した。

$$R_x = \frac{1}{2} \frac{C_D}{\Delta x} (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + w^2} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

$$R_z = \frac{1}{2} \frac{C_D}{\Delta z} (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + w^2} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

表2.1 数値波動水路の機能一覧

項目	機能
解析対象	・自由表面が多価関数となる複雑な流れ
基礎方程式	・2次元非圧縮性流体のNavier-Stokes方程式と連続の式
解析の座標系	・デカルト座標系
境界条件	・セル単位で任意の位置に構造物を設定可能 ・構造物表面の任意位置に境界条件設定可能 ・境界条件の種別は入力データで選択可能（スリップ、ノンスリップ、流速指定、対数則、フリー）
自由表面解析モデル	・Volume of Fluid法（VOF法）
乱流モデル	・高Re型k-ε 2方程式モデル
造波モデル	・造波境界 ・造波ソース
無反射モデル	・Sommerfeldの放射境界 ・エネルギー減衰帯
時間積分	・Euler法に基づくSMAC法
空間方向の離散化	・スタッガード・メッシュを用いた差分法 ・空隙率と面積透過率を用いた形状近似
対流項	・VOF関数以外は次のいずれかを選択可能 1次精度の風上差分 2次精度の中心差分 とのハイブリッド QUICK ・VOF関数はドナー・アクセプター法で離散化
表面の向き決定	・NASA-VOF3Dの方法を採用
連立1次方程式の解法	・MILU-BCGSTAB法
時間刻み幅の制御	・入力値固定 ・自動時間刻み幅

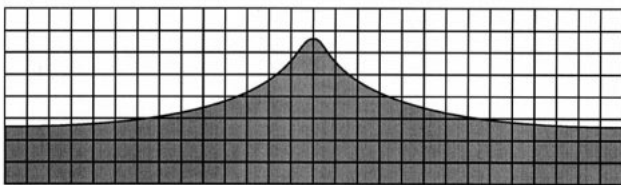
ここで、 $x, z$ は水平、鉛直方向の格子間隔である。

### 3.2 自由表面解析モデル

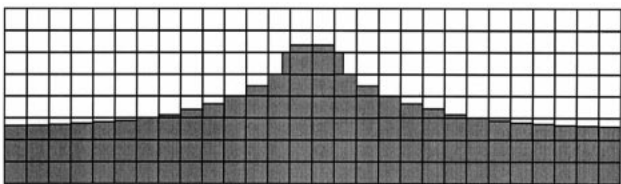
自由表面解析モデルには、汎用性が高く、複雑な表面形状を解析可能であるVOF法を採用した。VOF法では、本来ステップ関数となる「流体である・ない」を表す関数を計算セル毎に平均化した、VOF関数 $F$ の移流方程式と「流体である・表面である(向きを含む)・気体である」というフラグを逐次計算することにより、自由表面の挙動を解析する。VOF法における自由表面のモデル化の概念を図3.1に、VOF関数 $F$ の移流方程式を以下に示す。

$$\gamma_v \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u F}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w F}{\partial z} = S_F \quad \dots\dots(3.7)$$

ここで、 $S_F$ は造波ソースのためのソース項であり後述する。なお、VOF関数 $F$ は2相流解析等で用いられるボイド率とは異なり、自由表面をシャープに表現するための関数であり、その移流方程式の離散化には、表面がぼやけないために特別に工夫されたドナー・アクセプター法が用いられる(後述)。



(a)モデル化前の表面形状



(b)モデル化後の表面形状

図3.1 VOF法における自由表面のモデル化の概念

### 3.3 乱流モデル

乱流モデルには、実用性が高く様々な分野で用いられている高Re型 $k-\epsilon$ 方程式モデル<sup>(5)</sup>を採用した。 $k-\epsilon$ 方程式モデルでは、流速の変動量 $u', w'$ を用いて乱流工

ネルギー $k$ と乱流エネルギー散逸 $\epsilon$ を

$$k = \frac{1}{2} (u'^2 + w'^2) \quad \dots\dots(3.8)$$

$$\epsilon = \nu \left\{ 2 \left( \frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial w'}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots(3.9)$$

と定義し、以下に示す移流拡散方程式を解いて求める。

$$\gamma_v \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u k}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_k \left( \frac{\partial k}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_k \left( \frac{\partial k}{\partial z} \right) \right\} + \gamma_v G_s - \gamma_v \epsilon \quad \dots\dots(3.10)$$

$$\gamma_v \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u \epsilon}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w \epsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_\epsilon \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_\epsilon \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) \right\} + \gamma_v C_1 \frac{\epsilon}{k} G_s - \gamma_v C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad \dots\dots(3.11)$$

$$G_s = \nu_t \left\{ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots(3.12)$$

ここで、渦動粘性係数および拡散係数は

$$\nu_t = \frac{C_\mu k^2}{\epsilon} \quad \dots\dots(3.13)$$

$$\nu_k = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \quad \dots\dots(3.14)$$

$$\nu_\epsilon = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \quad \dots\dots(3.15)$$

であり、その他の経験定数は、通常 $C_\mu=0.09, k=1.00, =1.30, C_1=1.44, C_2=1.92$ が用いられる。なお、 $k-\epsilon$ 方程式モデルで求められた乱流の効果は、Navier-Stokes方程式の動粘性係数を

$$\nu_e = \nu + \nu_t \quad \dots\dots(3.16)$$

と、また、圧力項の圧力を

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k \quad \dots\dots(3.17)$$

と取り扱うことによって、流速および圧力に反映される。

高Re型 $k-\epsilon$ 方程式モデル以外の乱流モデルとして、低Re型 $k-\epsilon$ 方程式モデルやLES(Large Eddy Simulation)等があげられるが、海岸域のような広領域を対象とした解析には多大な計算資源を必要とするため、数値波動水路への導入は今後の課題とした。

### 3.4 造波モデル

数値波動水路で生成可能とすべき波は、理論上の検討に必要な規則波から実際の海上で発生する不規則波まで多岐にわたるが、研究段階にある現在は規則波に限定して開発を進めている。生成する規則波の水位<sub>0</sub>および流速 $U_0(z)$ には有限振幅波の摂動解<sup>(6)</sup>を用い、Ursell数 $(u_r = gHT^2/d^3)$ が25を境界として

- Stokes 波第5次近似解： $u_r \leq 25$
- Cnoidal 波第3次近似解： $u_r > 25$

と摂動解を切り替える。ここで、 $d$ は水深、 $H$ は波高、 $T$ は周期である。なお、特に造波開始直後等には想定している水位と計算上の水位<sub>s</sub>にずれが起るため、実際の計算に用いる造波用流速 $U(z)$ には、以下のスケールリングを施し、造波位置での流入出量を合わせるようにする。

$$U(z) = U_0(z^*) \cdot \left( \frac{\eta_0 + d}{\eta_s + d} \right) \dots\dots\dots(3.18)$$

$$z^* = \frac{\eta_0 + d}{\eta_s + d} (z + d) - d \dots\dots\dots(3.19)$$

この造波用流速を用いた造波モデルとして以下の2つを採用した。

#### (1) 造波境界

造波境界では、造波用流速を流速指定境界条件として設定する。なお、条件過多となることを防ぐため、VOF関数 $F$ および圧力(実際には圧力増分)については勾配ゼロを設定する。

#### (2) 造波ソース

指定したセルの中心位置( $x=x_s$ )に造波のためのソース<sup>(7)</sup>を設定する。造波ソースは流速や水位を直接指定する方法ではないため、構造物や斜面等からの反射波を通過させることができ、3.5節に示す無反射モデルと組み合わせることで、無反射造波が可能となる。

以下に式(3.1)から式(3.3)および式(3.7)のソース項のみを示す。

$$S_p = q(z, t) \dots\dots\dots(3.20)$$

$$S_u = uq(z, t) \dots\dots\dots(3.21)$$

$$S_w = wq(z, t) + \frac{v}{3} \frac{\partial q(z, t)}{\partial z} \dots\dots\dots(3.22)$$

$$S_F = Fq(z, t) \dots\dots\dots(3.23)$$

ここで、 $q(z, t)$ は $x=x_s$ の位置での格子間隔を $\Delta x_s$ として次式で表される。

$$q(z, t) = 2 \frac{U_0}{\Delta x_s} \dots\dots\dots(3.24)$$

### 3.5 無反射モデル

不規則波の場合はもちろんのこと、規則波においても構造物からの反射波や浅水変形等が安定に形成されるまでには長時間の解析が必要となる。このとき、人為的に設定せざるを得ない解析領域の両端の影響を極力抑えるモデル(無反射モデル)が必要となる。

数値波動水路では、無反射モデルとして以下の2つを採用した。

#### (1) Sommerfeldの放射境界

境界条件として以下に示すSommerfeldの放射条件を設定する。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + C \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(3.25)$$

ここで、 $f$ は流速等の物理量、 $C$ は波速である。なお、現状では波速 $C$ に微小振幅波の波速を用いているため、非線形性の強い規則波や不規則波への適用には、さらに工夫が必要である。

#### (2) エネルギー減衰帯

エネルギー減衰帯は、1から3波長程度の領域を用いて波のエネルギーを徐々に減衰させることで無反射を実現するものである。このため、計算領域を余分に必要とするが、様々な波形に対して適用可能であり、かつ、安定な計算結果が得易いという利点がある。

数値波動水路ではエネルギー減衰帯として、式(3.2)と式(3.3)のNavier-Stokes方程式に、以下に示す流速に比例する減衰項<sup>(8)</sup>を付加する。

$$x \text{方向流速の減衰項} = -D_x u$$

$$D_x = \theta_x \sqrt{\frac{g}{d}} (N+1) \left( \frac{x-x_0}{l} \right)^N \dots\dots\dots(3.26)$$

$z$ 方向流速の減衰項 =  $-D_z w$

$$D_z = \theta_z \sqrt{\frac{g}{d}} (N+1) \left( \frac{x-x_0}{l} \right)^N \dots\dots\dots (3.27)$$

ここで、 $d$ は水深、 $l$ と $x_0$ はエネルギー減衰帯の広さと開始位置、 $N$ は分布関数の次数、 $\theta_x$ と $\theta_z$ は無次元の係数である。なお、人為的に設定するエネルギー減衰帯が数値計算上の安定性を損なうことがないように、時間に関しては陰的に離散化する。

## 4. 数値解法

### 4.1 時間積分法

時間積分法には、Euler法に基づくSMAC法(Simplified Marker and Cell)<sup>(9)</sup>を採用した。非圧縮性流体の基礎方程式である連続の式およびNavier-Stokes方程式には圧力の時間項がないため、SMAC法ではNavier-Stokes方程式の圧力項を陰的に評価する。SMAC法のアルゴリズムを以下に示す。

仮流速 ( $\tilde{u}$ ,  $\tilde{w}$ ) を次式を用いて求める

$$\tilde{u} = u^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left( -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P^n}{\partial x} + G_x(u^n, w^n) \right) \dots\dots\dots (4.1)$$

$$\tilde{w} = w^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left( -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P^n}{\partial z} + G_z(u^n, w^n) \right) \dots\dots\dots (4.2)$$

次のPoisson方程式を解きポテンシャル関数 $\phi$ を求める

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \gamma_x \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \gamma_z \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \\ = S_\rho - \left( \frac{\partial \gamma_x \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tilde{w}}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (4.3) \end{aligned}$$

新しい時刻の $u^{n+1}$ ,  $w^{n+1}$ および $P^{n+1}$ を次式を用いて求める

$$u^{n+1} = \tilde{u} + \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial x} \dots\dots\dots (4.4)$$

$$w^{n+1} = \tilde{w} + \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \dots\dots\dots (4.5)$$

$$P^{n+1} = P^n - \frac{\rho}{\Delta t} \phi \dots\dots\dots (4.6)$$

必要な時刻まで ~ を繰り返す

ここで、ポテンシャル関数 $\phi$ は

$$\phi = -\frac{\Delta t}{\rho} (P^{n+1} - P^n) \dots\dots\dots (4.7)$$

であり、 $G_x(u^n, w^n)$ と $G_z(u^n, w^n)$ は式(3.2)および式(3.3)の時間項と圧力項以外の項をまとめて表記したものである。

### 4.2 空間方向の離散化

空間方向の離散化にはコントロール・ボリューム法<sup>(10)</sup>を採用した。コントロール・ボリューム法では、求めるべき物理量の周囲にコントロール・ボリューム(実際には計算セル等)を設定し、その界面を通して流入出する量およびコントロール・ボリューム内で生成消滅する量を考える。このようにすることで、離散化後の方程式においても、保存則を計算機の丸め誤差や桁落ちの範囲内で満足することができる。また、界面を通して流入出する量を重複して計算することも避けられる。

Navier-Stokes方程式の対流項、および、乱流量の移流拡散方程式の移流項の離散化にはドナースキーム(1次精度風上差分と2次精度中心差分のハイブリッド)およびQUICKスキームを採用した。

VOF関数 $F$ の移流方程式の離散化にはドナー・アクセプター法を採用した。なお、VOF法では、表面の向きを示すフラグNFとドナー・アクセプター法が密接に関連する。このため、以下では、まず表面の向きの決定方法を示し、その後にドナー・アクセプター法による移流項の離散化を示す。

#### (1) 表面の向きの決定方法

VOF法では、計算セル毎に流体セル、気体セルおよび表面セルの分類を行う。また、表面セルは離散化された向き( $x$ 軸に垂直または $z$ 軸に垂直)を持つ。これらの情報はNFと呼ばれるフラグを用いて

NF=0: 流体セル

NF=1: 表面セル(表面は $x$ 軸に垂直で、かつ、 $x$ 軸の負の方向に流体がある)

NF=2: 表面セル(表面は $x$ 軸に垂直で、かつ、 $x$ 軸の正の方向に流体がある)

NF=5: 表面セル(表面は $z$ 軸に垂直で、かつ、 $z$ 軸の負の方向に流体がある)

NF=6: 表面セル(表面は $z$ 軸に垂直で、かつ、 $z$ 軸の正の方向に流体がある)

NF=8: 気体セル

と設定される。フラグNFを設定する上で重要なことは、表面セルにおける境界条件の処理が意味のあるものとするのであり、表面セルが満足すべき条件として $0 < F < 1$ であることに加えて、表面セルは流体セルと気体セルに挟まれている必要がある。これらの条件を満足するような表面セルを以下の方法<sup>(11)</sup>で決定する。

全ての計算セルを流体セルとする  
 $F=0$ ならば気体セルとする  
 気体セルに隣接したセルを表面セルとする  
 表面セルのうち流体セルに隣接していないセルを気体セルとする  
 表面セルのうち流体セルと気体セルに挟まれていないセルを検索する  
 で検索されたセルを気体セルに変更する  
 の操作で変更されるセルがなくなるまで からを繰り返す

また、表面セルと判断されたセルについては、以下の方法<sup>(12)</sup>でその向きを決定する。

流体セル - 表面セル - 気体セルの並びが一意ならばその方向とする  
 表面セルを中心とした9セルを考え、流体セル - 表面セル - 気体セルを満足する方向のうち、3セル（例えば、表面セルの下側・左下側・右下側の3セル）のF値の合計が大きい方向に流体があるものとする

(2) ドナー・アクセプター法

ドナー・アクセプター法では、フラグNFで表される表面の向きによって見かけ上の風上差分と風下差分を使い分け、表面がぼやけることを防ぐ。また、ドナーセルに含まれる水の量を上限として移流量を決定する。ドナー・アクセプター法の概念を図4.1に、着目するセル界面をx軸に垂直な面とした場合の離散式を以下に示す。

	表面が界面に垂直	表面が界面に平行	
表面形状			
移流量			
	$AD = D$	$AD = A$	$AD = A$
	見かけ上の風上差分	見かけ上の風下差分	

図4.1 ドナー・アクセプター法の概念

$$(\Delta t \gamma_x u F)_{i,k} = \text{sign}(C) \min(F_{AD} |C| + CFX, F_D \Delta x_D \gamma_{v,D})$$

$$CFX = \max[(F_{DM} - F_{AD}) |C| - (F_{DM} - F_D) \Delta x_D \gamma_{v,D}, 0] \dots (4.8)$$

$$C = \Delta t \gamma_{x_i,k} u_{i,k}$$

$$F_{AD} = \begin{cases} F_D & \text{界面とドナー側の水面が垂直} \\ F_A & \text{上記以外} \end{cases}$$

$$F_{DM} = \max(F_{DMW}, F_D)$$

$C \geq 0$  :  $D$ =界面の左側の計算セル  
 $A$ =界面の右側の計算セル  
 $DMW=D$ の左側の計算セル  
 $C < 0$  :  $D$ =界面の右側の計算セル  
 $A$ =界面の左側の計算セル  
 $DMW=D$ の右側の計算セル

ここで、 $i,k$ 付きの物理量は着目しているセル界面で定義された量である。

4.3 境界条件設定用の外挿値の定義位置

数値波動水路では、海底斜面等、離散化後の構造物に角点が見られるケースが多く、かつ、計算精度に大きく影響する可能性が高い。図4.2の左図に示すとおり、セル中心で定義された物理量（VOF関数Fや乱流量）の境界条件設定用の外挿値を構造物セル（仮想セルを含む）の中心に定義した場合には、角点において外挿値が重複し（太枠線）計算精度を低下させる。このため、コーディング上の煩雑さは伴うが、図4.2の右図に示すとおり、外挿値の定義位置をセル界面とする。また、セル界面で定義される物理量（流速）についても同様に配慮する。

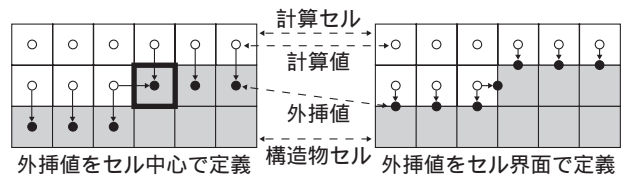


図4.2 境界条件設定用の外挿値の定義位置

4.4 連立1次方程式の解法

ポテンシャル関数  $\phi$  の Poisson 方程式（式(4.3)）を、境界条件を含めて離散化すると非対称の連立1次方程式が得られる。SMAC法では、この連立1次方程式の解法が、全計算時間の多く（7割から9割以上）を占め、かつ、連続の式の精度を通じてスカラー量の保存を大きく左右する。特に、VOF法においては、VOF関数Fの保存則の精度を保つことが、計算体系の全水量を保つことと同意であるため、重要となる。

数値波動水路では、非対称の連立1次方程式の解法として、収束性および安定性に優れた前処理付きBCGSTAB法<sup>(13)</sup>を採用した。以下に前処理付きBCGSTAB法のアルゴリズムを示す。

$k = 0$

$\mathbf{x}_0 =$  初期解ベクトル,  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{p}_0 = M(\mathbf{b} - A\mathbf{x}_0)$

①  $\alpha_k = \frac{(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_k)}{(\mathbf{r}_0, M^{-1}A\mathbf{p}_k)}$

②  $\mathbf{e}_k = \mathbf{r}_k - \alpha_k M^{-1}A\mathbf{p}_k$

③  $\omega_k = \frac{(\mathbf{e}_k, M^{-1}A\mathbf{e}_k)}{(M^{-1}A\mathbf{e}_k, M^{-1}A\mathbf{e}_k)}$

④  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k + \omega_k \mathbf{e}_k$

⑤  $\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{e}_k - \omega_k M^{-1}A\mathbf{e}_k$

⑥  $(\mathbf{r}_{k+1}, \mathbf{r}_{k+1}) < \varepsilon (\mathbf{b}, \mathbf{b})$  ならば終了

⑦  $\beta_k = \frac{(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_{k+1})}{\omega_k (\mathbf{r}_0, M^{-1}A\mathbf{p}_k)}$

⑧  $\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{r}_{k+1} + \beta_k (\mathbf{p}_k - \omega_k M^{-1}A\mathbf{p}_k)$

⑨  $k = k + 1$

へもどる。

ここで,  $A$ : 連立1次方程式の係数行列,  $\mathbf{x}$ : 解ベクトル,  $\mathbf{b}$ : 連立1次方程式の右辺,  $M$ : 前処理行列である。

### 5. 解析事例

#### 5.1 造波機能の検査

数値波動水路において最も基本的かつ重要な造波機能に関して検査を行った。解析対象は一様水深における波の伝播であり、解析領域は矩形である。

#### (1) 造波境界

造波境界の検査のために解析した3ケースの解析条件を表5.1に示す。深海波のケースでは波のエネルギーが相対的に水面近傍に集中するためz方向の格子間隔を、極浅海波のケースでは波のエネルギーが進行方向に局所的になるためx方向の格子間隔を小さくした。また、深海波のケースでは第1波目(初期条件との不整合により想定した波長より長い波が生成される)が非常に速く伝わるため、反射波の影響が出ないように解析領域を広くした。

解析結果を図5.1および図5.2に示す。図5.1の、各観測点における水位の時間変動から、現象が安定したと考えられる波において摂動解と十分に一致していることが分かる。また、図5.2の、波の前方半波長分の波形と流速ベクトルから、深海波ではエネルギーが水面近傍に集中すること、極浅海波ではエネルギーが進行方向に局所的になること、および、両ケースの中間的な

浅海波の挙動が再現されていることが分かる。

これらのことから、造波境界によって幅広い規則波を精度よく生成可能であるといえる。

#### (2) 造波ソース

造波ソースの検査として、造波境界の浅海波と同一のケースで、解析領域のみを10波長とした解析を行った。ソースの位置は解析領域中央である。

解析結果を図5.3および図5.4に示す。図5.3の、各観測点における水位の時間変動から、ソースから離れた位置の観測点においては十分な精度で摂動解と一致し

表5.1 造波境界の検査：解析条件

解析ケース	深海波	浅海波	極浅海波
水深[m]	60.0	10.0	1.0
波高[m]	6.0	3.0	0.3
波長[m]	102.4	72.1	26.6
周期[s]	8.007	8.007	8.007
水深/波長	0.586	0.139	0.038
x/波長	1/80	1/80	1/160
z/水深	1/60	1/25	1/25
解析領域[m]	10波長	5波長	5波長

(注) 対流項の差分スキームはドナースキーム、1次精度風上差分の割り合いは0.2。

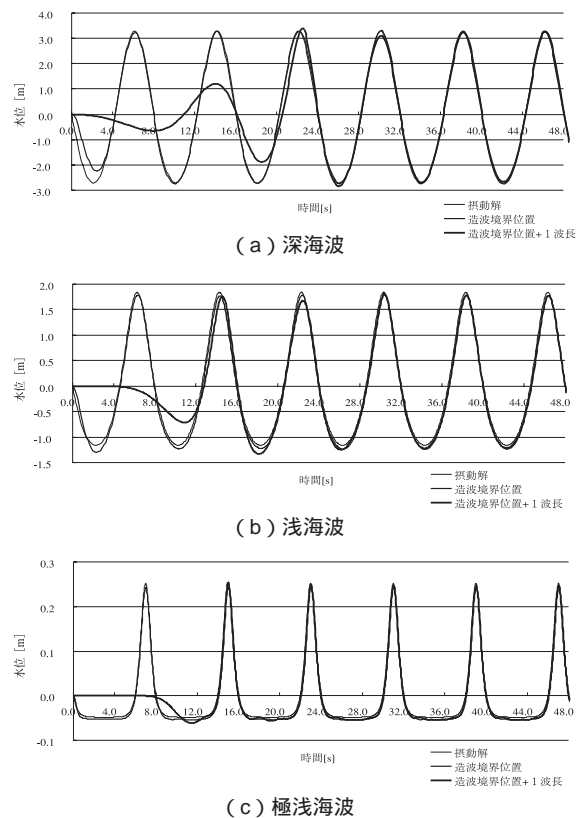
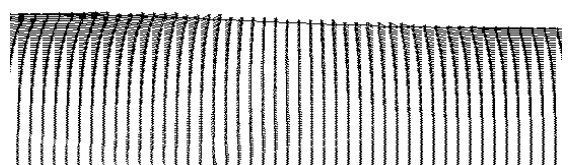
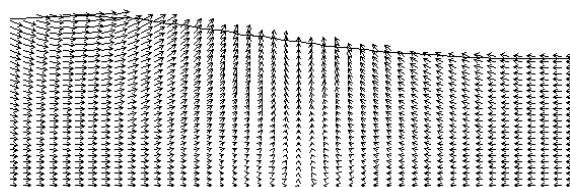


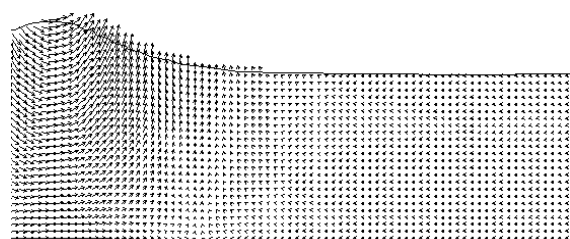
図5.1 造波境界：水位の時間変動



(a) 深海波, 描画スケール4 : 1



(b) 浅海波, 描画スケール1 : 1



(c) 極浅海波, 描画スケール1 : 4

図5.2 造波境界：波形と流速ベクトル

ていることが分かる。ただし、ソース位置では若干大きな振幅となっていることから、運動量のソースの分配方法またはドナー・アクセプター法等の差分スキームに改善すべき点があることが分かる。また、図5.4の波形と流速ベクトルから、十分に対称性を保ちながら造波が行えていることが分かる。

## 5.2 無反射機能の検査

無反射機能の検査として、造波ソースの検査と同一のケースで、造波ソースを解析領域の左端から3波長の位置に、エネルギー減衰帯を解析領域の両端に2波長分設定して解析を行った。

解析結果を図5.5および図5.6に示す。図5.5の、0.25周期毎の水位の空間分布から、エネルギー減衰帯によって滑らかにエネルギーが吸収されていること、および、432.0mから576.0mあたりで安定な波が形成されていることが分かり、無反射を実現できているといえる。ただし、図中の破線で示した領域の波形に乱れが見られる。この原因としては、前節で示した造波ソース位置で振幅が大きくなることの影響がソース近傍で残っ

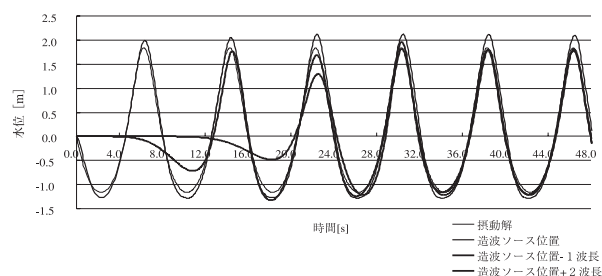
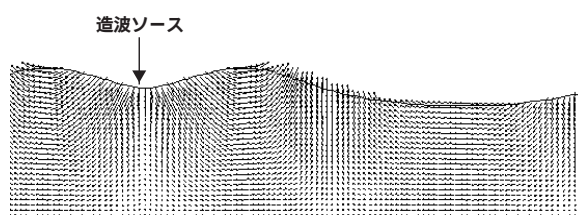
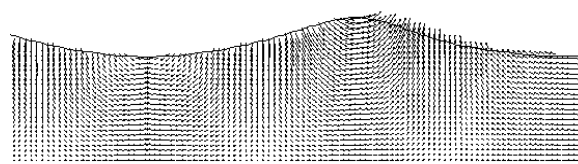


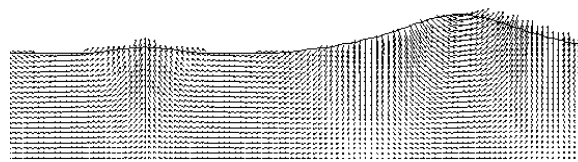
図5.3 造波ソース：水位の時間変動



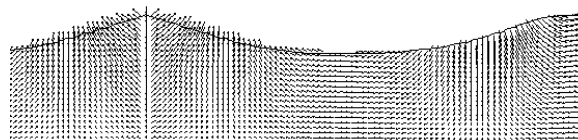
(a) 5.00周期, 描画スケール1 : 2



(b) 5.25周期, 描画スケール1 : 2



(c) 5.50周期, 描画スケール1 : 2



(d) 5.75周期, 描画スケール1 : 2

図5.4 造波ソース：波形と流速ベクトル

てしまうこと、が考えられる。図5.6のエネルギー減衰帯近傍の波形と流速ベクトルから、波の振幅ばかりでなく流速についても滑らかに減衰し、解析領域の右端では各種物理量の変動がほぼゼロとなっていることが分かる。

これらのことから、本例題のような比較的的非線形性の強い波においても、エネルギー減衰帯を用いることで十分な無反射機能を実現できることが分かる。



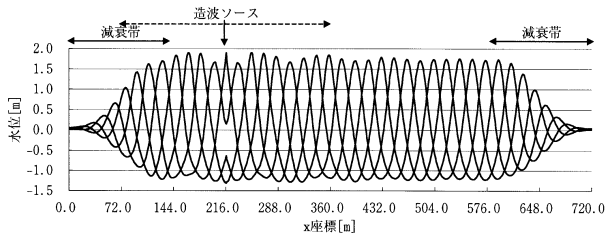


図5.5 無反射機能：水位の空間分布

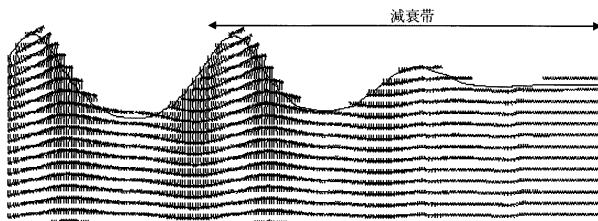


図5.6 無反射機能：波形と流速ベクトル，描画スケール1:1.0

### 5.3 浅水変形と砕波への適用

浅水変形と砕波への適用例として，図5.7に示す解析体系について解析を行い，実験結果<sup>(14)</sup>と比較した．解析条件を表5.2に示す．実験では孤立波を対象としているため，造波波形には十分に長い波長と考えられるCnoidal波を用いることとした．

解析結果と実験結果の比較を図5.8から図5.10に示す．なお，実験結果と比較するために，各解析データには時間（1001cmの観測点を波の峰が通過する時刻を4.0秒と換算する）および水位（Cnoidal波の谷の水位を0.0mと換算する）に補正を加えてある．

図5.8の水位の時間変動，および，図5.9の水位の空間分布とも解析結果と実験結果はよく一致しており，浅水変形を表現できているといえる．ただし，図5.9の8.6秒以降の水位は，実験結果と離れる傾向にある．

この原因は，図5.10から明らかなように，解析結果では早い時刻で砕波が起きることによる．また，砕波直後の解析結果である図5.10(c)と実験結果である図5.10(g)では流況が比較的一致しているにもかかわらず，その後の流況（先端の落下）は大きく異なっている．

これらのことから，浅水変形については十分に再現可能であるが，砕波の詳細な流況を再現するには今後の検討が必要である，ことが分かる．なお，図5.10(e)のように，砕波した波が落下し下側の水に衝突するような激しい現象についても，安定に解析可能であることが分かる．

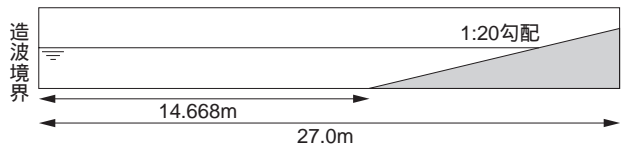
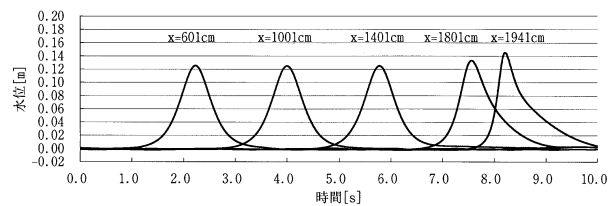


図5.7 浅水変形と砕波：解析体系

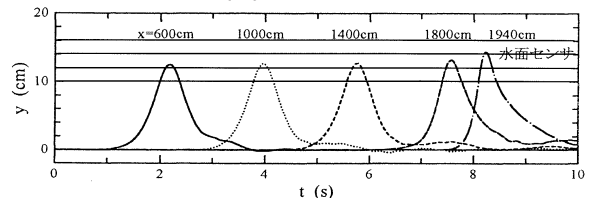
表5.2 浅水変形と砕波：解析条件

水深[m]	0.4020
波形	Cnoidal波
波高[m]	0.1272
波長[m]	112.832
周期[s]	50.0
初期位相[-]	0.2
x[m]	0.02
z[m]	0.01
時間補正量[s]	10.4338
水位補正量[m]	0.0020

(注) 対流項の差分スキームはドナースキーム、1次精度風上差分の割合は0.1。

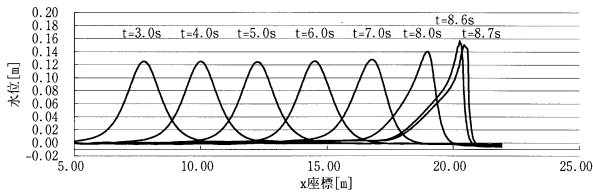


(a) 解析結果

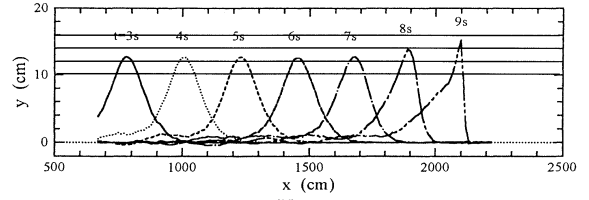


(b) 実験結果（文献<sup>(14)</sup>から引用し横線追記）

図5.8 浅水変形と砕波：水位の時間変動

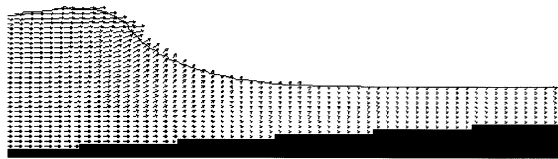


(a) 解析結果

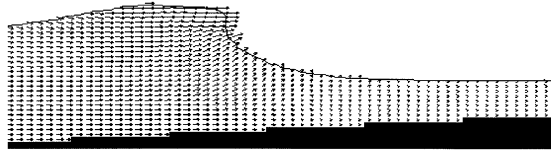


(b) 実験結果 (文献<sup>(14)</sup>から引用し横線追記)

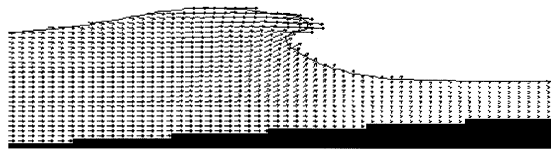
図5.9 浅水変形と碎波：水位の空間分布



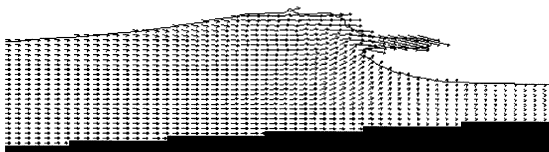
(a) 解析結果：8.6017秒



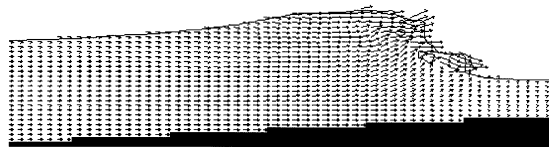
(b) 解析結果：8.7017秒



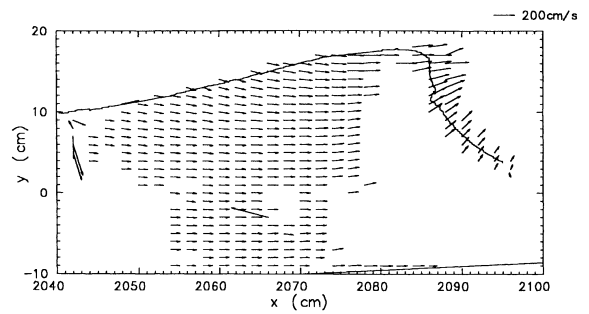
(c) 解析結果：8.7616秒



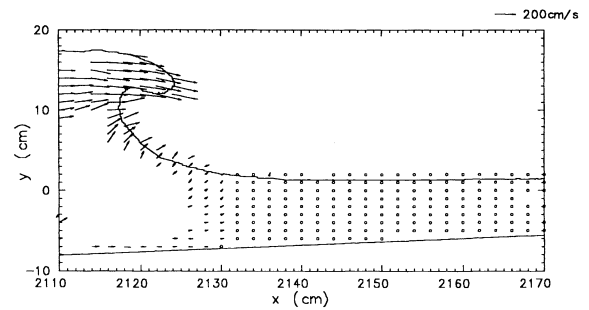
(d) 解析結果：8.8415秒



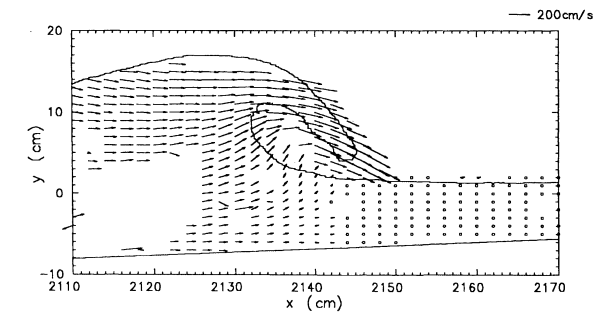
(e) 解析結果：8.9014秒



(f) 実験結果：8.8950秒 (文献<sup>(14)</sup>から引用)



(g) 実験結果：9.0525秒 (文献<sup>(14)</sup>から引用)

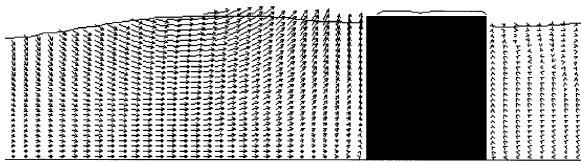


(h) 実験結果：9.1325秒 (文献<sup>(14)</sup>から引用)

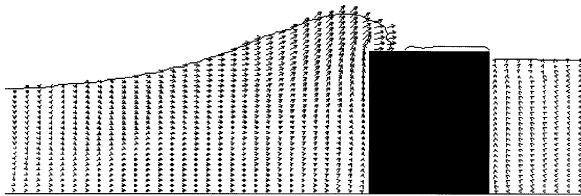
図5.10 浅水変形と碎波：波形と流速ベクトル

#### 5.4 越波への適用

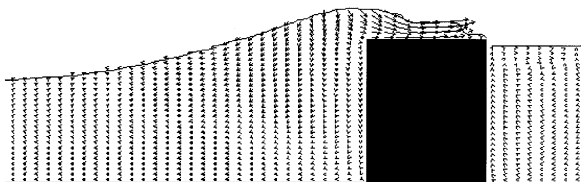
越波への適用例として矩形の消波構造物を対象とした解析を行った。本解析はデモ的に行ったものであるため、結果のみを図5.11に示す。定性的には、(a)の構造物前面における上昇流、(b)の構造物角部における水の乗り上げ、(c)の水が落下しつつそのエネルギーを右方向の運動エネルギーに変化させていること、等が表現できているといえる。



(a) 33.0 秒



(b) 34.0 秒



(c) 35.0 秒

図5.11 越波：波形と流速ベクトル

#### 6. おわりに

本稿では、開発中の数値波動水路の機能、特徴、物理モデル、数値解法、解析事例について報告した。現状の数値波動水路では、造波ソースのソース近傍の波形や碎波の過程について課題が残るものの、造波波形や浅水変形等を精度よく再現することができる。また、碎波や越波等の複雑かつ激しい現象も安定に計算することが可能である。

今後の課題としては、基本機能としての波浪変形に対する精度向上、実用面において重要と考えられる水面および透過性構造物における乱流モデルの検討、応用的な問題を解析するためのスカラー量（温度や汚泥等）に関する移流拡散方程式の組み込み等を行うことで、数値波動水路の適用性を高めるとともに、その適用範囲を広げていくことがあげられる。

最後に、当社のFUJI-RIC/ -FLOW<sup>(15)</sup>を用いた3次元の波浪場の解析例を示す（図6.1）。現状のFUJI-RIC/ -FLOWには造波機能が組み込まれていないため、ここでは矩形の水塊を静水面の上に置くことで造波しているが、傾斜の異なる消波構造物への波の遡上・越波、および、消波構造物後方での回折等、複合的な現象を定性的ではあるが表現できていることが分かる。これらのことから、計算機パワーという大きな壁は存在するものの、数値波動水路（2次元問題）ばかりでなく数値波動水槽（3次元問題）も、Navier-Stokes方程式に基づくCFDの視野に入りつつあるといえる。

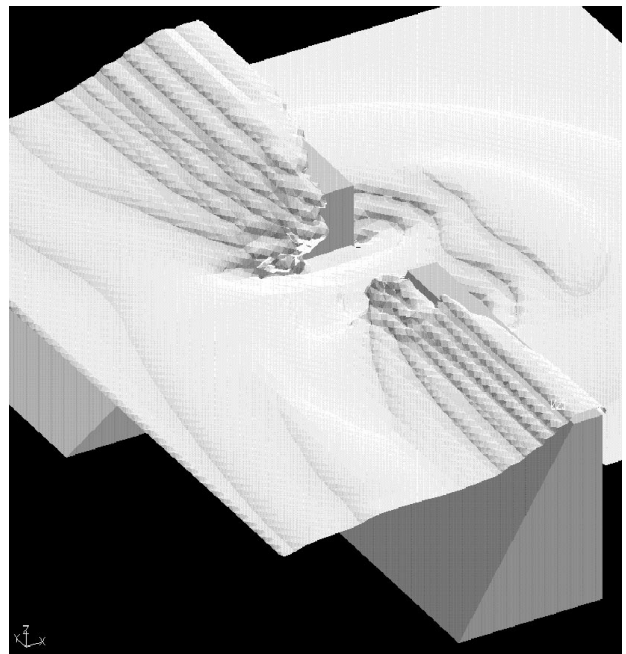


図6.1 傾斜の異なる消波構造物における越波と回折

## 謝辞

本稿の内容には「数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会」の研究結果が多く含まれることをここに記し、委員の方々に謝意を表す。また、当社において、VOF法に詳しい計算科学技術研究センター山崎氏、平面波浪場の解析に詳しい解析技術第2部村西氏に多くの助言を頂いたことをここに記し、謝意を表す。

## 参考文献

- (1) 土木学会海岸工学委員会研究現状レビュー小委員会：“海岸波動”，土木学会(1994)。
- (2) 磯部雅彦,高橋重雄 他：“数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究 - VOF法基本プログラムの作成 - ”, 海洋開発論文集, 15(1999)。
- (3) C.W.Hirt et al.：“Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries”, Journal of Computational Physics, 39(1981) p.201。
- (4) 榊山勉 他：“ポラスモデルによる透過性構造物周辺の非線型波動解析”, 海岸工学論文集, 37(1990)p.554。
- (5) 数値流体力学編集委員会編：“数値流体力学シリーズ3乱流解析”, 東京大学出版会(1995)。
- (6) 磯部雅彦 他：“保存波の摂動解の波高による表示”, 第33回年次学術講演会概要集, II(1978) p.760。
- (7) 川崎浩司 他：“水中構造物による碎波の数値計算”, 海岸工学論文集, 42(1994) p.781。
- (8) Eric Cruz, 磯部雅彦 他：“非線形波動方程式に対する無反射境界条件について”, 海岸工学論文集, 40(1993) p.46。
- (9) 高橋亮一：“コンピュータによる流体力学(演習)”, 企画センター(1982)。
- (10) P.J.Roache：高橋亮一他訳：“コンピュータによる流体力学”, 企画センター(1978)。
- (11) 山崎昇：“自由表面を含む非圧縮性流体解析モジュール”, 富士総研技報, 3(1992) p.131。
- (12) M.D.Torrey et al.：“NASA-VOF3D：A Three-Dimensional Computer Program for Incompressible Flows with Free Surface”, LA11009-MS(1987)。
- (13) 藤野清次：“熱流体解析で現れる非対称連立1次方程式の新解法”, 第28回日本伝熱シンポジウム講演論文集, II(1991) p.622。
- (14) 宮本恭交, 長尾昌朋 他：“孤立波碎波の水面形と流速分布の可視化計測”, 海岸工学論文集 46(1999) p.131。
- (15) 富士総合研究所 編：“汎用流体解析システム - FUJI-RIC/ FLOW - ”, 丸善。